

---

УДК 614.8.084:517.8

## Некоторые проблемы качественного анализа модели дерева происшествий

Серета С.Н.

Модель дерева происшествий, отображающая причинно-следственные связи между рассматриваемым головным событием (аварией, несчастным случаем, катастрофой) и исходными предпосылками его возникновения, широко используется в системном анализе безопасности различных технологических процессов и систем. Количественный анализ модели дает оценку априорной вероятности возникновения происшествий, тогда как качественный анализ модели позволяет, с одной стороны, выявить наиболее значимые и критичные предпосылки – причины аварийности и травматизма, а с другой стороны, определить наборы минимальных пропускных и отсечных сочетаний предпосылок, характеризующих условия появления или предотвращения происшествия. Целью работы является исследование проблем, возникающих в ходе качественного анализа модели дерева происшествий и поиск путей их решения. Приводятся результаты исследований и даются практические рекомендации проведения качественного анализа моделей безопасности.

*Ключевые слова:* модель дерева происшествий, вероятность происшествия, качественный анализ, минимальные пропускные сочетания, минимальные отсечные сочетания.

## Some problems of the qualitative analysis of model of fault tree

Sereda S.N.

The model of an accident tree, showing the causal relationships between the leading event (accident, catastrophe) and their basic assumptions of its occurrence, is widely used in the safety system analysis of various processes and systems. The quantity analysis gives the estimation of the a priori probability of accident; meantime, on the one hand, the qualitative analysis permits to find the most significant assumptions, reasons of accident, but on the other hand, it determines the sets of minpaths and mincuts, which describe the accident conditions. The aim of this work is to investigate the problems of the qualitative analysis of the accident tree and to draw the possible ways of its solution. In the article are shown the results of the investigation, as well as the practical recommendations to the qualitative analysis of the safety models.

*Keywords:* model of accident, probability of accident, qualitative analysis, minpaths, mincuts.

### Введение

Системный анализ безопасности технологических процессов и систем заключается в оценке показателей аварийности и производственного травматизма, а также экологического риска. Модель дерева происшествий, отображающая причинно-следственные связи между рассматриваемым происшествием (аварией, несчастным случаем, катастрофой) и исходными предпосылками его возникновения, широко используется в анализе безопасности. Количественный анализ модели дерева происшествий дает оценку априорной вероятности возникновения происшествий  $Q(X)$ , как инте-

гральной характеристики безопасности. Качественный анализ модели позволяет, с одной стороны, выявить наиболее значимые и критичные предпосылки – причины аварийности и травматизма, а с другой стороны определить наборы минимальных пропускных (МПС) и отсечных (МОС) сочетаний предпосылок, характеризующих условия появления или предотвращения происшествия. Это позволяет определить экономические стратегии повышения безопасности процессов и систем, определяемые затратами на проведение мероприятий и мерой снижения вероятности возникновения происшествия за счет снижения вероятностей

значимых и критичных предпосылок, образующих множество альтернатив для принятия решений [5].

### Проблемы качественного анализа безопасности по модели дерева происшествий

1. Проблема определения значимых и критичных предпосылок. Основные подходы к выявлению значимых и критичных предпосылок были определены в работе [1], а их системный анализ был дан в работе [4], где приводится обоснование правильности применения показателя Бирнбаума в качестве критерия сравнения альтернатив, который характеризует динамический диапазон изменения и скорость роста функции вероятности  $Q(X)$ . Также следует отметить альтернативные подходы к оценке степени влияния предпосылок на возникновение происшествия, весом, значимостью и структурным риском, предложенные в работе [3]. Из представленных результатов исследований можно заключить, что именно критичные предпосылки определяют возможности максимального снижения вероятности возникновения происшествия, тогда как значимые предпосылки характеризуют лишь превентивные меры предотвращения негативных событий. Наибольшего эффекта можно достичь проведением мероприятий по совершенствованию безопасности [7] в отношении предпосылок, являющихся одновременно и значимыми, и критичными.

2. Проблема определения минимальных пропускных и минимальных отсечных сочетаний. Пропускные сочетания (аварийные) определяют условия возникновения происшествий, а отсечные сочетания формируют условия предупреждения происшествий. Сочетания предпосылок формируются с учетом структуры дерева происшествий. При этом формирование полного набора МПС и МОС по дереву происшествий, моделирующему реальные процессы аварийности и травматизма в техносфере, является трудоемкой процедурой.

С целью быстрого формирования полного набора сочетаний МПС, МОС по заданному дереву происшествий предлагается использовать методику, которая заключается в записи математической модели дерева происшествий в терминах алгебры событий с последующим преобразованием формулы по правилам минимизации логических функций, представленных в виде совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ) [6].

Вероятность  $Q(X)$  возникновения происшествия определяется по диаграмме влияния с учетом алгебры событий и правил теории вероятностей, связывающих логическое описание с вероятностным (правило сумм (1) для независимых предпосылок, и правило произведений (2) для предпосылок, оказывающих совместное влияние). Характер влияния предпосылок в модели дерева происшествий определяется причинно-следственными связями между предпосылками и событиями.

$$P_{\wedge} = \prod_{i=1}^n p_i ; \quad (1)$$

$$P_{\vee} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i), \quad (2)$$

где  $p_i$  – вероятность  $i$ -й предпосылки,  $i \in [1, n]$

Формула (2) дает оценку вероятности появления хотя бы одного из  $m$  несовместных событий. В случае двух событий ее можно представить в виде:

$$\begin{aligned} P(1 \vee 2) &= p_1 \vee p_2 = p_1 + p_2 - p_1 \cdot p_2 \\ &= p_1 + (1 - p_1) \cdot p_2 = p_1 + q_1 \cdot p_2 = \dots \quad (3) \\ &= p_1 \cdot (1 - p_2) + p_2 = p_1 \cdot q_2 + p_2 \end{aligned}$$

*Правило 1.* Для получения полного набора МПС необходимо выразить логическую функцию дерева происшествий в виде дизъюнкции конъюнкций. Каждая группа предпосылок, объединенных операцией конъюнкции, образует пропускное сочетание.

*Правило 2.* Для получения полного набора МОС необходимо в выражении логической функции дерева происшествий провести взаимную замену операций дизъюнкции и конъюнкции.

юнкции ( $\vee \rightarrow \wedge$ ,  $\wedge \rightarrow \vee$ ). После преобразования полученной функции к виду СДНФ получим наборы предпосылок, определяющие отсечные сочетания. Оценка вероятности возникновения происшествия  $Q(X)$  по эквивалентным моделям проводится по формулам (4) (для МПС) и (5) (для МОС) [1,2].

$$Q(x) = 1 - \prod_{i=1}^a \left( 1 - \prod_{j=1}^{m_i} p_{ij} \right); \quad (4)$$

$$Q(x) = \prod_{k=1}^b \left( 1 - \prod_{l=1}^{n_k} (1 - p_{lk}) \right), \quad (5)$$

где  $a, b$  – количество МПС и МОС;  $m_i, n_k$  – число предпосылок в каждом  $i$ -м пропуском и  $k$ -м отсечном сочетаниях исходных событий-предпосылок.

*Пример 1.* Рассмотрим пример логической функции, соответствующей некоторой модели дерева происшествий:

$$X = (p_1 \vee p_2) \wedge (p_3 \vee p_4), \quad (6)$$

где  $X$  – головное событие (происшествие);  $p_i$  – вероятность  $i$ -й предпосылки,  $i \in \overline{1,4}$ ;  $\wedge$  – логическая операция конъюнкции;  $\vee$  – логическая операция дизъюнкции.

Для заданной модели дерева происшествий с учетом выше определенных правила 1 и правила 2 получим выражения для МПС и МОС:

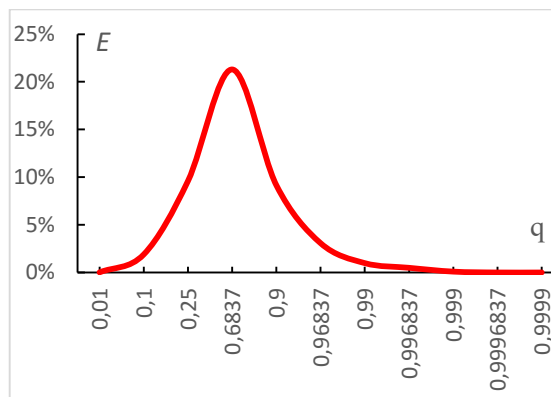
$$X = (p_1 \wedge p_3) \vee (p_1 \wedge p_4) \vee (p_2 \wedge p_3) \vee (p_2 \wedge p_4), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \overline{X} &= \overline{(p_1 \vee p_2) \wedge (p_3 \vee p_4)} \\ &= \overline{(p_1 \vee p_2)} \vee \overline{(p_3 \vee p_4)} \\ &= (q_1 \wedge q_2) \vee (q_3 \wedge q_4) \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, можно сформировать четыре МПС ( $p_1p_3$ ;  $p_1p_4$ ;  $p_2p_3$ ;  $p_2p_4$ ) и два МОС ( $q_1q_2$ ;  $q_3q_4$ ).

С учетом формул (1), (2) расчет вероятности возникновения происшествий для МПС и МОС по формулам (4), (5) при следующих значениях вероятностей предпосылок:  $p_1=0,5$ ;  $p_2=0,4$ ;  $p_3=0,6$ ;  $p_4=0,7$  дает значение  $Q_{mps}(X)=0,751$  и  $Q_{mos}(X)=0,616$  при значении  $Q(X)=0,616$ , найденном для исходной функции (6). Следовательно, результат расчета  $Q_{mps}(X)$

содержит погрешность около 22%, тогда как результаты расчета  $Q_{mos}(X)$  и  $Q(X)$  совпадают. Величина погрешности  $E$  зависит от значений предпосылок  $p_i$ , а также от структуры дерева происшествий. График зависимости  $E(q)$  в логарифмическом масштабе показан на рис.1.



**Рис. 1.** График величины погрешности вычислений вероятности возникновения происшествия.

При определенных условиях величина погрешности может составлять до 100%, но для реальных данных, где величины вероятностей предпосылок составляют менее 0,001, погрешностью можно пренебречь. С другой стороны, в большинстве случаев расчет вероятности  $Q_{mos}(X)$  по формуле (5) не позволяет получить каких-либо адекватных результатов, как в примере 2.

*Пример 2.* Пусть задана логическая функция, описывающая модель дерева происшествий (9) и соответствующая ей инверсная функция (10) для оценки МОС

$$X = (p_1 \wedge p_2) \vee (p_3 \wedge p_4), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \overline{X} &= \overline{(p_1 \wedge p_2) \vee (p_3 \wedge p_4)} \\ &= (q_1 \vee q_2) \wedge (q_3 \vee q_4) \\ &= (q_1 \wedge q_3) \vee (q_1 \wedge q_4) \vee (q_2 \wedge q_3) \vee (q_2 \wedge q_4) \end{aligned} \quad (10)$$

Расчетное значение вероятности  $Q(X)=0,4375$  при значениях вероятностей предпосылок  $p_i=0,5$ , при этом расчет  $Q_{mos}(X)=0,3164$  дает погрешность 38%; при значениях вероятностей предпосылок  $p_i=0,01$ ,  $Q(X)=2 \cdot 10^{-4}$ , и  $Q_{mos}(X)=1,568 \cdot 10^{-7}$ , что меньше

искомого в 1275 раз. Соответственно, величина погрешности при вычислении  $Q_{mos}(X)$  растет в геометрической прогрессии относительно уменьшения значений  $p_i$ , что приводит к абсолютно некорректным результатам.

Показанная в примерах 1 и 2 проблема возникновения погрешности вычисления вероятности возникновения происшествий по найденным минимальным сочетаниям предпосылок ставит под сомнение корректность расчетных формул (4) и (5), либо свидетельствует о системной ошибке в процессе формализации модели дерева происшествий.

Можно показать, что для простых логических функций, не требующих раскрытия скобок при их преобразовании и упрощении, формулы (4), (5) работают корректно. В противном случае, в выражение вносится погрешность, обусловленная игнорированием дополнительных слагаемых, получаемых в процессе вычислений с учетом формул (1), (2) и (3).

Таким образом, чтобы избежать ошибочных расчетов вероятности  $Q(X)$  по МПС и МОС необходимо учесть в сочетаниях дополнительные множители с учётом (3). Так в модели (6) получим  $Q_{mps}(X)$  (11), а в модели (9)  $Q_{mos}(X)$  (12) соответственно.

$$Q_{mps}(X) = (p_1 + q_1 p_2) \cdot (p_3 + q_3 p_4) = \quad (11)$$

$$p_1 p_3 + p_1 q_3 p_4 + q_1 p_2 p_3 + q_1 p_2 q_3 p_4 q_3 p_4,$$

$$Q_{mos}(X) = q_1 q_2 + q_3 q_4 (1 - q_1 q_2);$$

$$Q_{mps}(X) = p_1 p_2 + p_3 p_4 (1 - p_1 p_2), \quad (12)$$

$$Q_{mos}(X) = q_1 q_3 + q_1 p_3 q_4 + p_1 q_2 q_3 + p_1 q_2 p_3 q_4.$$

Тогда, чтобы вычислить точное значение вероятности  $Q(X)$  нужно взять простую сумму множителей, образующих сочетания в преобразованном выражении модельной функции.

### Заключение

Проведенное в работе исследование процедуры качественного анализа моделей деревьев происшествий позволяет устранить методологические проблемы, связанные с выбором значимых и критичных предпосылок и формированием наборов минимально-пропускных и

минимально-отсечных сочетаний. Установлены причины возникновения погрешности вычисления вероятности возникновения происшествий и предложен способ ее устранения. Результаты расчетов вероятности возникновения происшествий, вычисленные по найденным МПС и МОС, подтверждают корректность сделанных предложений.

### Литература

1. Белов П.Г. Системный анализ и моделирование опасных процессов в техносфере. – М.: Академия, 2003. – 512 с.
2. Белов П.Г. Управление рисками, системный анализ и моделирование. – М.: Юрайт, 2014. – 728с.
3. Переездчиков И.В. Анализ опасностей промышленных систем человек-машина-среда и основы защиты. – М.: КНОРУС, 2011. – 784с.
4. Середина С.Н. Оптимизация показателей безопасности технологических процессов // Машиностроение и безопасность жизнедеятельности, 2011, №2(9). – С.26-30.
5. Середина С.Н. Экономические факторы экологической безопасности // Фундаментальные исследования, 2013, №11, Том.8. – С.1598-1601.
6. Фролов В.В., Середина С.Н. Методика качественного анализа моделей деревьев происшествий при оценке аварийности и травматизма // Тезисы докл. на Всероссийской НТК «Наука и образование в развитии промышленной, социальной и экономической сфер регионов России: III Всероссийские научные Зворыкинские чтения», Муром, 4 февраля, 2011. – Муром: ИПЦ МИ ВлГУ, С.651-652
7. Середина С.Н. Анализ эффективности методов снижения экологического риска // Машиностроение и безопасность жизнедеятельности, 2013, №4(18). – С.20-25

### References

1. Belov P. Sistemnyj analiz i modelirovanie opasnyh processov v tehnosfere [System analysis and modeling of the dangerous processes in techosphere]. – Moscow: Academia, 2003. – 512 p.
2. Belov P. Upravlenie riskami, sistemnyj analiz i modelirovanie [Risk management, system analysis and modeling]. – Moscow: Yurait, 2011. – 728p.
3. Pereezdchikov I. Analiz opasnostej promyshlennyh sistem chelovek-mashina-sreda i

osnovy zashhity [The Analysis of the dangerous of industrial systems "Men-machine-environment" and the defense base]. – Moscow: CNORUS, 2011. -784p.

4. *Sereda S.* Optimizacija pokazatelej bezopasnosti tehnologicheskikh processov [Optimization of the technological processes safety indicators] // Mashinostroenie i bezopasnost' zhiznedejatel'nosti [Engineering industry and life safety], №2 (9), 2011. - P. 26-30.

5. *Sereda S.* Jekonomicheskie faktory jekologicheskoy bezopasnosti [Economic factors of the ecological safety] // Fundamental'nye issledovanija [Fundamental researches], №11, Vol.8, 2013. - P. 1598-1601.

6. *Frolov V., Sereda S.* Metodika kachestvennogo analiza modelej derev'ev proisshestvij pri ocenke avarijnosti i travmatizma [Method of qualitative

analysis of the accident trees and the estimation of emergency and hazard] // Proc. of Conf. «Nauka i obrazovanie v razvitii promyshlennoj, social'noj i jekonomicheskoy sfer regionov Rossii: III Vserossijskie nauchnye Zvorykinskie chtenija» [«Science and education in the development of industry, social life and economics of Russian regions: III All Russian scientific Zvorykin's notes»], Murom, 4 Feb., 2011. - Murom: IPZ MI VIGU, 2011. - p.651-652

7. *Sereda S.* Analiz jeffektivnosti metodov snizhenija jekologicheskogo riska [Analysis of efficiency of the ecological risk reduction methods] // Mashinostroenie i bezopasnost' zhiznedejatel'nosti [Engineering industry and life safety], №4 (18), 2013. - P. 20-25.

**Статья поступила в редакцию 8 июля 2015 г.**

---

*Sereda Sergey Nikolaevich* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Техносферная безопасность» Муромского института (филиала) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых», г. Муром, Россия. E-mail: sereda-2010@mail.ru

---

*Sereda Sergey Nikolaevich* – Ph.D., Murom Institute of Vladimir State University, Murom, Russia. E-mail: sereda-2010@mail.ru