

УДК 621.914.2

Моделирование фрез с острозаточенными зубьями

Андросов С.П., Коляри И.Г., Меньших С.А.

Рассматриваются вопросы математического моделирования фрез с острозаточенными винтовыми зубьями. Показано, что с учетом объемного характера процесса фрезерования сложных поверхностей, моделирование фрез требуется производить в пространственном отображении. На первой стадии создания модели дано описание в матрично-векторной форме одноуглового трапецидального профиля зуба фрезы, применяемой для чистовой обработки поверхностей. На следующем этапе моделирования, используя аффинные преобразования, определены уравнения винтовых поверхностей, образующих зуб фрезы. На стадии моделирования всей фрезы получены параметрические уравнения поверхностей, описывающие каждый ее зуб и стружечную канавку. Уравнение передних поверхностей определяет положение в пространстве режущих кромок зубьев фрезы. Результаты работы используются при расчете геометрических параметров и дифференциально-геометрических характеристик поверхностей зубьев фрезы, необходимых при исследовании процесса резания при фрезеровании.

Ключевые слова: фреза с острозаточенными зубьями, профиль зуба, моделирование, вектор, матрица, уравнение поверхности зуба.

Modeling of milling cutter with sharp teeth

Androsov S. P., Kolyari I. G., Menshikh S. A.

Discusses the mathematical modeling of helical milling cutter with sharp teeth. It is shown that taking into account the volumetric nature of the milling process of complex surfaces, modeling of cutters is required in the spatial display. In the first stage of creating a model description in matrix-vector form single-angle trapezoidal tooth profile milling cutter used for finishing surfaces. In the next stage of simulation, using an affine transformation, defined the equations of helical surfaces, forming a tooth. At the stage of modeling the whole mills obtained parametric equations of surfaces describing each tooth and into the groove. The equation of the front surface determines the position in space of the cutting edges of the teeth of the cutter. The results are used in the calculation of the geometric parameters and the differential-geometric characteristics of the surfaces of the teeth of the cutter required in the study of cutting process in milling operations.

Keywords: milling cutter with sharp teeth, tooth profile, modeling, vector, matrix, the equation of the surface of the tooth.

Введение

Фрезы с острозаточенными зубьями являются одним из самых распространенных многолезвийных высокопроизводительных инструментов, предназначенных для обработки плоскостей, уступов, фасонных, винтовых и других поверхностей и деталей [1]. Зубья таких инструментов, как правило, имеют сложный профиль. В этой связи, расчет и проектирование фрез представляет трудоемкий процесс.

В машиностроении с целью повышения качества и производительности проектирования широко внедряется автоматизированная система технологической подготовки производства, частью которой является система проектирования металлорежущих инструментов. В работе [2] отмечается, что для практического осуществления полного автоматизированного процесса проектирования режущего инструмента необходимо исследовать возможности и, где это целесообразно, реализовывать чис-

ленные методы решения задач проектирования инструмента, как наиболее эффективные при машинном проектировании. В частности, относительно фрез необходимо обобщить и развивать материал по обоснованию габаритных размеров, числа зубьев, формы и размеров зубьев и стружечных канавок.

Размеры режущих зубьев и стружечных канавок влияют на правильную работу любого инструмента, в том числе фрезы. Форму и размеры зуба и стружечной канавки определяют исходя из необходимости получения прочного зуба, стружечного пространства, обеспечивающего свободное размещение стружки, достаточного числа переточек и технологичности изготовления. Расчет зубьев и стружечной канавки обычно ограничивается определением их параметров в торцевом сечении фрезы [1, 2], то есть рассматривается плоская задача, которая не описывает винтовые поверхности зубьев и стружечных канавок. Процесс фрезерования сложных поверхностей является объемным процессом, поэтому проектирование и моделирование фрез необходимо производить в пространственном отображении.

Данная работа посвящена созданию аналитической модели фрезы с острозаточенными зубьями. С этой целью определяются уравнения винтовых поверхностей зубьев и стружечных канавок фрезы в матрично-векторной форме.

Моделирование профиля зуба

Несмотря на многообразие типов острозаточенных фрез (цилиндрические, торцевые, угловые, дисковые, концевые) они имеют много общих конструктивных элементов: форма зубьев и впадин, углы режущей части. Для острозаточенных фрез наиболее распространена трапецеидальная одноугловая форма зуба, которая применяется у чистовых фрез [3]. Зуб такой формы относится к мелким, он затачивается по задней поверхности. Профиль

зуба в торцевом сечении (рис. 1) имеет четыре участка. Участок AO_2 принадлежит поверхности закругления стружечной канавки, участок O_2O_3 – передней поверхности зуба, участок O_3O_4 – поверхности вершины зуба, так называемой ленточки, по которой затачивается зуб, а участок O_4B – задней поверхности, образующей спинку зуба.

В статье моделирование фрезы выполняется по методике, изложенной в работе [4]. Участки зуба фрезы в своих локальных системах координат $X_1O_1Y_1Z_1$, $X_2O_2Y_2Z_2$, $X_3O_3Y_3Z_3$ и $X_4O_4Y_4Z_4$ описываются векторами

$$\bar{r}_i(i, n) = \begin{bmatrix} x(i, n) \\ 0 \\ z(i, n) \\ 1 \end{bmatrix},$$

где i – номер вектора, $i=1,2,3,4$; n – количество точек на векторе, $0 \leq n \leq n_{\max}$, n_{\max} – любое целое число.

Координаты точек на прямолинейных участках профиля определяются выражениями:

$$x(i, n) = l(i, n) \bar{e}_x(\bar{r}_i(i, n));$$

$$z(i, n) = l(i, n) \bar{e}_z(\bar{r}_i(i, n)),$$

где $\bar{e}_x(\bar{r}_i(i, n))$ и $\bar{e}_z(\bar{r}_i(i, n))$ – орты векторов $\bar{r}_i(i, n)$; $l(i, n)$ – выбранное значение длины векторов $\bar{r}_i(i, n)$, $0 \leq l(i, n) \leq |\bar{r}_i(i, n)|$.

Участок закругления профиля AO_2 описывается вектором:

$$\bar{r}_1(1, n) = \begin{bmatrix} \rho_g \cos \gamma_g \\ 0 \\ \rho_g \sin \gamma_g \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $180^\circ \leq \gamma_g \leq 360^\circ - \theta_g$.

Модуль вектора (1) равен радиусу закругления основания стружечной канавки ρ_g .

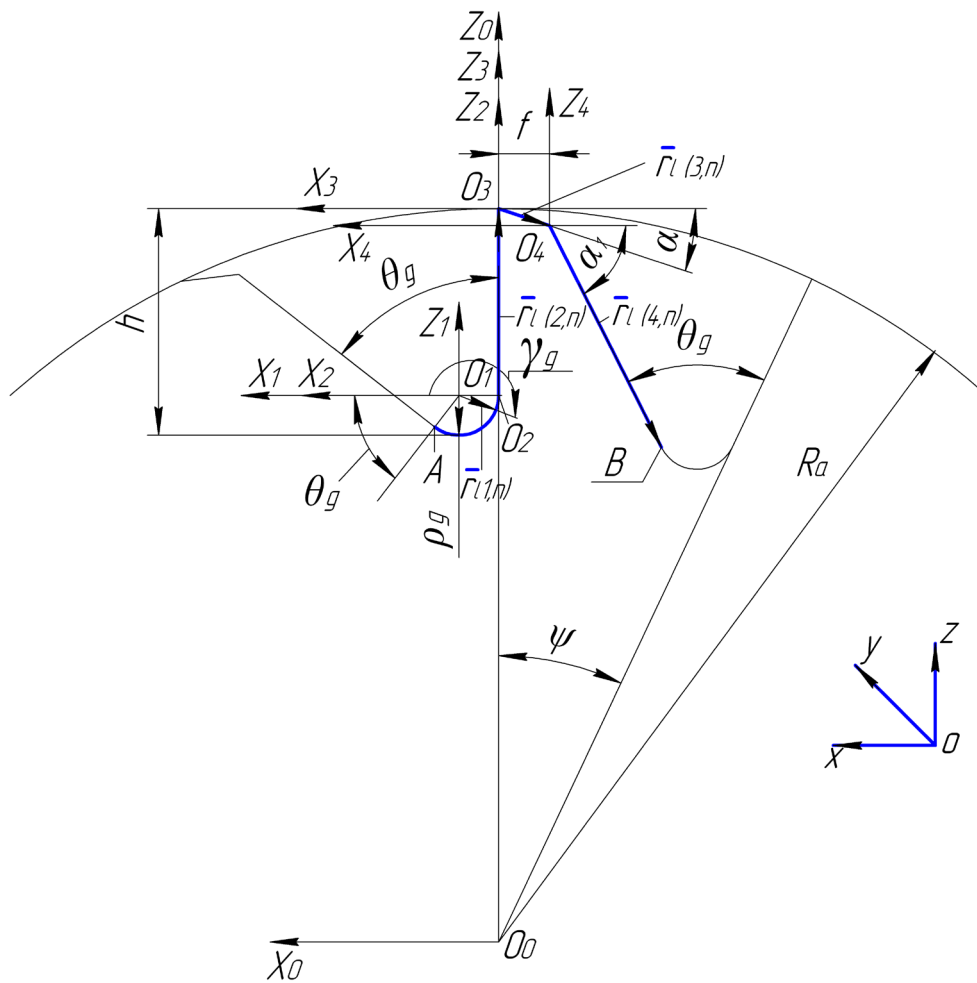


Рис. 1. Профиль зуба фрезы:

R_a – радиус наружного цилиндра фрезы; ρ_g – радиус закругления основания канавки; γ_g – параметрический угол дуги окружности; h – высота зуба; θ_g – угол канавки; ψ – угловой шаг между зубьями.

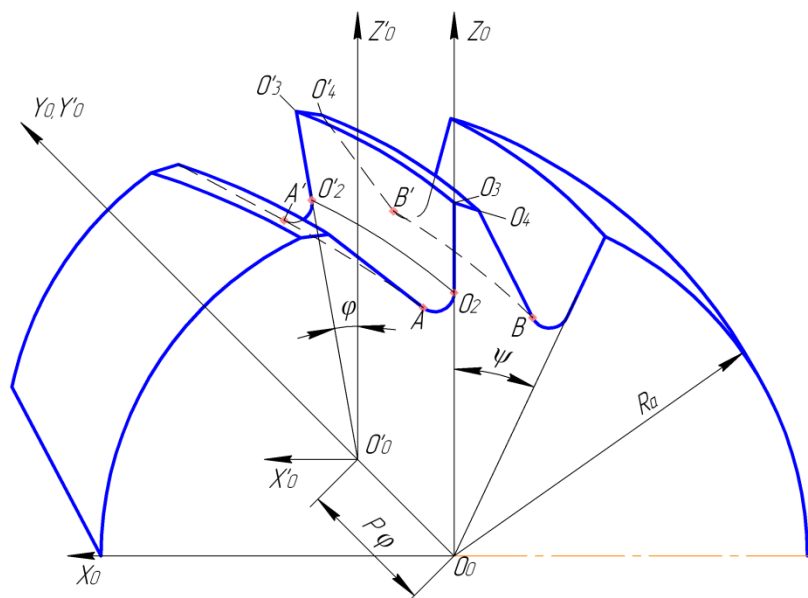


Рис. 2. Образование винтовой поверхности зуба фрезы.

Участок зуба профиля O_2O_3 описывается вектором

$$\bar{r}_1(2, n) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l(2, n) \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Модуль вектора (2), описывающего переднюю поверхность, имеет значение

$$|\bar{r}_1(2, n)| = h - \rho_g.$$

Участки профиля задней поверхности зуба O_3O_4 и O_4B описываются векторами:

$$\bar{r}_1(3, n) = \begin{bmatrix} l(3, n) \cos(180^\circ + \alpha) \\ 0 \\ l(3, n) \sin(180^\circ + \alpha) \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{r}_1(4, n) = \begin{bmatrix} l(4, n) \cos(180^\circ + \alpha_1) \\ 0 \\ l(4, n) \sin(180^\circ + \alpha_1) \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Модуль вектора $\bar{r}_1(3, n)$ определяется выражением $|\bar{r}_1(3, n)| = f / \cos \alpha$, где f – ширина вершины зуба, α – задний угол. Модуль вектора $\bar{r}_1(4, n)$, описывающего спинку зуба, вычисляется по формуле

$$|\bar{r}_1(4, n)| = \sqrt{(x_B - x_{O_4})^2 + (z_B - z_{O_4})^2},$$

где x_B , x_{O_4} , z_B и z_{O_4} – координаты точек B и O_4 в глобальной системе координат $X_0O_0Y_0Z_0$.

В системе координат $X_0O_0Y_0Z_0$ участки профиля зуба фрезы запишутся векторами:

$$\bar{r}_0(1, n) = \begin{bmatrix} \rho_g (1 + \cos \gamma_g) \\ 0 \\ C + \rho_g \sin \gamma_g \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{r}_0(2, n) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C + l(2, n) \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{r}_0(3, n) = \begin{bmatrix} l(3, n) \cos(180^\circ + \alpha) \\ 0 \\ R_a + l(3, n) \sin(180^\circ + \alpha) \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{r}_0(4, n) = \begin{bmatrix} -f + l(4, n) \cos(180^\circ + \alpha_1) \\ 0 \\ -f \operatorname{tg} \alpha + l(4, n) \sin(180^\circ + \alpha_1) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

где $C = R_a - (h - \rho_g)$.

В выражениях векторов (3) угол α выбирается из рекомендованных значений [3], $\alpha = 12 \div 16^\circ$, а угол α_1 (рис.1) рассчитывается по формуле

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg} \frac{z_B - z_{O_4}}{x_B - x_{O_4}}.$$

Координаты точки B (рис.1) имеют значения:

$$x_B = \rho_g \cos \psi (1 + \cos \gamma_{g \max}) - \sin \psi (C + \rho_g \sin \gamma_{g \max});$$

$$z_B = \rho_g \sin \psi (1 + \cos \gamma_{g \max}) + \cos \psi (C + \rho_g \sin \gamma_{g \max}),$$

где $\gamma_{g \max} = 360^\circ - \theta_g$.

Моделирование винтового зуба фрезы

Для образования винтового движения необходимо повернуть профиль зуба на некоторый угол вокруг оси фрезы O_0Y_0 (рис. 2) и переместить его поступательно в направлении, параллельном этой оси. Поверхность зуба состоит из четырех частей: $O_2AA'O_2'$ – поверхность основания канавки; $O_2O_3O_3'O_2'$ – передняя поверхность зуба; $O_3O_4O_4'O_3'$ – поверхность вершины зуба; $O_4BB'O_4'$ – поверхность спинки зуба.

Произвольная точка поверхности зуба описывается вектором

$$\bar{r}(i, n) = [M] \bar{r}_0(i, n), \quad (4)$$

где $[M]$ – матрица преобразования поворотных движений по часовой стрелке вокруг оси O_0Y_0 и поступательных движений вдоль этой оси:

$$[M] = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & p\varphi \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

В матрице (5) угол φ является параметрическим углом поворота винтовой поверхности относительно начального положения, $0 \leq \varphi \leq \varphi_{\max}$. Выражение $p\varphi$ определяет проекцию вектора перемещения вдоль оси O_0Y_0 . Величина p является винтовым параметром зуба фрезы. Винтовой параметр p имеет значение

$$p = \frac{P}{2\pi},$$

где P – шаг винтового зуба фрезы.

После подстановки выражений (3) и (5) в (4) и преобразований получаем:

$$\bar{r}(1, n) = \begin{bmatrix} \rho_g (\cos \varphi + \cos(\varphi - \gamma_g)) + C \sin \varphi \\ p\varphi \\ -\rho_g (\sin \varphi + \sin(\varphi - \gamma_g)) + C \cos \varphi \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{r}(3, n) = \begin{bmatrix} l(3, n) \cos(180^\circ + \alpha - \varphi) + R_a \sin \varphi \\ p\varphi \\ l(3, n) \sin(180^\circ + \alpha - \varphi) + R_a \cos \varphi \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{r}(2, n) = \begin{bmatrix} (C + l(2, n)) \sin \varphi \\ p\varphi \\ (C + l(2, n)) \cos \varphi \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{r}(4, n) = \begin{bmatrix} l(4, n) \cos(180^\circ + \alpha_1 - \varphi) - \\ -f(\cos \varphi + \operatorname{tg} \alpha \sin \varphi) \\ p\varphi \\ l(4, n) \sin(180^\circ + \alpha_1 - \varphi) + \\ + f(\sin \varphi - \operatorname{tg} \alpha \cos \varphi) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Модель фрезы

Вектора (6) и описывают винтовые поверхности одного зуба фрезы. Остальные зубья описываются следующим образом. Номер зуба k изменяется от единицы до числа зубьев фрезы z . Зуб поворачиваются на угол $\xi(k) = (k-1)\psi$, где $\psi = \frac{2\pi}{z}$. В общем виде вектора для каждого зуба фрезы определяются зависимостью

$$\bar{r}_i^\circ(i, n) = [M_1] \bar{r}(i, n), \quad (7)$$

где $[M_1]$ – матрица поворота вокруг оси O_0Y_0 против часовой стрелки.

В результате, после необходимых преобразований, вектора (7), описывающие поверхности всех зубьев фрезы, а, следовательно, и стружечных канавок, расположенных между ними, принимают вид:

$$\bar{r}^*(1, n) = \begin{bmatrix} \rho_g \left(\cos(\varphi - \xi(k)) + \right. \\ \left. + \cos(\varphi - \gamma_g - \xi(k)) \right) + \\ + C \sin(\varphi - \xi(k)) \\ p\varphi \\ -\rho_g \left(\sin(\varphi - \xi(k)) + \right. \\ \left. + \sin(\varphi - \gamma_g - \xi(k)) \right) + \\ + C \cos(\varphi - \xi(k)) \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{r}^*(2, n) = \begin{bmatrix} (C + l(2, n)) \sin(\varphi - \xi(k)) \\ p\varphi \\ (C + l(2, n)) \cos(\varphi - \xi(k)) \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{r}^*(3, n) = \begin{bmatrix} l(3, n) \cos(180^\circ + \alpha - \varphi + \xi(k)) + \\ + R_a \sin(\varphi - \xi(k)) \\ p \varphi \\ l(3, n) \sin(180^\circ + \alpha - \varphi + \xi(k)) + \\ + R_a \cos(\varphi - \xi(k)) \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{r}^*(4, n) = \begin{bmatrix} l(4, n) \cos(180^\circ + \alpha_1 - \varphi + \xi(k)) - \\ - f \left(\begin{matrix} \cos(\varphi - \xi(k)) + \\ + \operatorname{tg} \alpha \sin(\varphi + \xi(k)) \end{matrix} \right) \\ p \varphi \\ l(4, n) \sin(180^\circ + \alpha_1 - \varphi + \xi(k)) + \\ + f \left(\begin{matrix} \sin(\varphi - \xi(k)) + \\ + \operatorname{tg} \alpha \cos(\varphi + \xi(k)) \end{matrix} \right) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

При равенстве $l(2, n) = |\bar{r}(2, n)|$ уравнение передней поверхности определяет режущие кромки зубьев фрезы

$$\bar{r}^*(2, n_{\max}) = \begin{bmatrix} R_a \sin(\varphi - \xi(k)) \\ p \varphi \\ R_a \cos(\varphi - \xi(k)) \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Выводы

1. Проектирование и моделирование фрез с острозаточенными зубьями необходимо производить в пространственном отображении, так как процесс фрезерования сложных поверхностей является объемным процессом.

2. Разработана аналитическая модель фрезы, описывающая в матрично-векторной форме винтовые поверхности ее зубьев и стружечных канавок.

3. Уравнения (8) используются при вычислении методами дифференциальной геомет-

рии площади поверхностей зубьев и стружечных канавок, а также их дифференциально-геометрических характеристик: касательная и нормаль.

4. Уравнение $\bar{r}^*(2, n)$ передней поверхности определяет положение режущих кромок зубьев фрезы, что дает возможность исследовать процесс резания при фрезеровании в пространственном представлении.

Литература

1. Проектирование и расчет металлорежущего инструмента на ЭВМ / под ред. *О.В. Таратынова*. – М.: МГИУ, 2006. – 380 с.
2. *Лашнев С.И., Юликов М.И.* Проектирование режущей части инструмента с применением ЭВМ. – М.: Машиностроение, 1980. – 208 с.
3. Режущий инструмент / *А.А. Рыжкин* [и др.]. – Ростов н / Д: Феникс, 2009. – 405 с.
4. *Андросов С.П., Браилов И.Г., Визигин Д.В.* Модель основного червяка фрезы для нарезания зубчатых колес // Вестник Самарского аэрокосмического университета. 2012. № 1(32). – С. 63–70.

References

1. Proektirovanie i raschet metallorzhushhego instrumenta na JeVM [Design and calculation of metal-cutting tool on the computer] / Editor *O.V. Taratynov*. – Moscow: MSIU, 2006. – 380 p.
2. *Lashnev S.I., Yulikov, M. I.* Proektirovanie rezhushhej chasti instrumenta s primeneniem JeVM [Design of the cutting tool using computer]. – Moscow: Mashinostroenie, 1980. – 208 p.
3. Rezhushhij instrument [Cutting tool] / *A.A. Ryzhkin* [and others]. – Rostov n/D: Phoenix, 2009. – 405p.
4. Androsov S.P., Brailov I.G., Vizigin D.V. Model' osnovnogo chervjaka frezy dlja narezaniya zubchatyh koles [The basic model of a worm mill for gear cutting] // Vestnik Samarskogo ajerokosmicheskogo universiteta [Vestnik of Samara state aerospace University]. 2012. № 1(32). – P. 63-70.

Статья поступила в редакцию 10 сентября 2015 г.

Андросов Сергей Павлович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Сопротивление материалов» Омского государственного технического университета, г. Омск, Россия. E-mail: asp57@list.ru

Коляри Игорь Генрихович – старший преподаватель кафедры «Сопротивление материалов» Омского государственного технического университета, г. Омск, Россия. E-mail: cagliari@list.ru

Меньших Семен Александрович – студент нефтехимического института Омского государственного технического университета, г. Омск, Россия. E-mail: semy584@gmail.com

Androsov Sergey Pavlovich – Ph.D., Omsk State Technical University, Omsk, Russia. E-mail: asp57@list.ru

Kolyari Igor Genrikhovich – Senior teacher, Omsk State Technical University, Omsk, Russia. E-mail: cagliari@list.ru

Menshikh Semyon Aleksandrovich – Student, Omsk State Technical University, Omsk, Russia. E-mail: semy584@gmail.com