

УДК 62.752

Вибрации и динамика машин: расчетные схемы, структуры и математические модели. Часть II

Елисеев С.В., Трофимов А.Н., Большаков Р.С.

Обсуждаются вопросы формирования методологического базиса в задачах построения математических моделей динамических процессов в машинах, оборудовании и аппаратуре, взаимодействующих с активной внешней средой. В I-ой части статьи приведены результаты обобщений современного состояния вопросов и сделаны определенные предположения о возможных направлениях развития разработок применительно к задачам вибрационной защиты технических объектов. Продолжение статьи ориентировано на развитие ряда новых понятий, возникающих при обобщении методов математического моделирования механических колебательных систем. Показано, что при рассмотрении задач динамики технических объектов, связанных с вопросами разработки способов и средств вибрационной защиты, математическая модель может быть представлена структурным аналогом дифференциальных линейных уравнений. В такой форме представлений механическая колебательная система может рассматриваться как эквивалентная система автоматического управления.

Ключевые слова: механические колебательные системы, способы и средства вибрационной защиты, элементарные звенья, структурные схемы.

Machine vibrations and dynamics: design schemes, structures and mathematical models. Part II

Eliseev S.V., Trofimov A.N., Bolshakov R.S.

The paper considers the issues concerning the methodological basis for the tasks of designing mathematical models of dynamical processes in machines, equipment and apparatus interacting with the active external environment. Part I of the paper presents the generalization results of the current situation, as well as a number of statements about the future course of development in the context of vibration protection for technical facilities. The other part of the paper aims at figuring out a number of new definitions which arise in generalizing the methods of mathematical modeling for mechanical vibratory systems. A mathematical model can be represented by a structural analog of differential linear equations when considering dynamics tasks of technical facilities related to developing the ways and means of vibration protection. Therefore, a mechanical vibratory system can be considered as an equivalent automation control system.

Keywords: mechanical vibratory systems, the ways and means of vibration protection, elemental links, structural schemes.

Введение

Дальнейшее развитие подходов в формировании математических моделей основано на обобщенных представлениях о свойствах механических колебательных систем, используемых в качестве расчетных схем. Определение возможностей в задачах динамического синтеза систем связано с использованием динамических аналогий в колебательных системах

различной природы. В частности, это нашло отражение в работах [1÷5].

IV. Некоторые возможности формирования и введения динамических связей

Известные принципы реализации управления движением на основе введения обратных связей могут быть рассмотрены с помощью

структурных схем, приведенных на рис. 7 (а, б). В общем случае возможно введение дополнительных связей (или дополнительных цепей), которые реализуют управление по абсолютному и относительному отклонениям, а также и по силовому возмущению. Расчетная схема «базовой» виброзащитной системы приведена на рис. 7а, где введение управляющих сил реализуется с помощью специально вводимых элементов и устройств. Формирование активных управляющих сил требует создания специальных связей (1), (2) (рис. 7а) для передачи необходимой информации, которая обрабатывается и поступает затем в исполнительные механизмы, приводимые в действие от внешних источников энергии. Соответствующие структурные схемы эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления приведены на рис. 7б.

Через $W_{абс}$, $W_{отн}$, $W_{внеш}$ – обозначены передаточные функции соответствующих ди-

намических связей (или дополнительных цепей). Выражение (3) на рис. 7 представляет собой, в общем виде, передаточную функцию, при входном сигнале y (смещение основания) и выходном сигнале x (смещение объекта защиты). В зависимости от наличия связей (1), (2), формирующих управление по внешнему воздействию, числитель и знаменатель передаточной функции могут корректироваться, что при определенных условиях может обеспечивать появление режимов инвариантности. Принципиальные возможности построения активных виброзащитных систем достаточно подробно изучались и описаны в работах [1÷5]. На рис. 8 приведена обобщенная информация о правилах соединения типовых элементов расширенного набора (рис. 6), из которой следует, что параллельные и последовательные соединения однотипных элементов не меняют типа звена, хотя его параметры претерпевают соответствующие изменения [3].

Принципы управления состоянием систем:

- по абсолютному отклонению $W_{абс}$
- по относительному отклонению $W_{отн}$
- по внешнему возмущению $W_{внеш}$

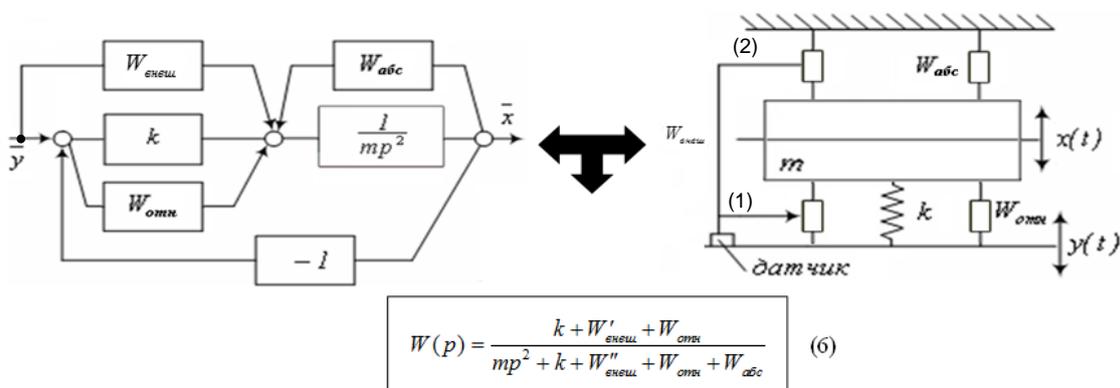


Рис. 7. Варианты введения динамических связей в соответствии с принципом управления пояснения по тесту: а) - расчетная схема; б) – структурная схема системы.

I. Пропорциональное звено (пружина)	$k = k_1 + k_2$ - параллельно
	$k = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$ - последовательно
II. Дифференцирующее звено	$b = b_1 p + b_2 p = p(b_1 + b_2)$ - параллельно
1-ого порядка	$b = \frac{b_1 p \cdot b_2 p}{b_1 p + b_2 p} = \frac{b_1 \cdot b_2}{b_1 + b_2} \cdot p$ - последовательно
III. Дифференцирующее звено	$L = L_1 p^2 + L_2 p^2 = p^2(L_1 + L_2)$ - параллельно
2-ого порядка	$L = \frac{L_1 p^2 \cdot L_2 p^2}{L_1 p^2 + L_2 p^2} = \frac{L_1 \cdot L_2}{(L_1 + L_2)} \cdot p^2$ - последовательно
IV. Интегрирующее звено	$A = \frac{A_1}{p} + \frac{A_2}{p} = \frac{A_1 + A_2}{p}$ - параллельно
	$A = \frac{\frac{A_1}{p} \cdot \frac{A_2}{p}}{\frac{A_1}{p} + \frac{A_2}{p}} = \frac{A_1 \cdot A_2}{(A_1 + A_2)} \cdot \frac{1}{p}$ - последовательно
V. Интегрирующее звено	$A = \frac{A_1}{p^2} + \frac{A_2}{p^2} = \frac{A_1 + A_2}{p^2}$ - параллельно
	$A = \frac{\frac{A_1}{p^2} \cdot \frac{A_2}{p^2}}{\frac{A_1}{p^2} + \frac{A_2}{p^2}} = \frac{A_1 \cdot A_2}{(A_1 + A_2)} \cdot \frac{1}{p^2}$ - последовательно
VI. Звено чистого запаздывания	$A = A_1 e^{-ap} + A_2 e^{-ap} = (A_1 + A_2) e^{-ap}$ - параллельно
	$A = \frac{A_1 e^{-ap} \cdot A_2 e^{-ap}}{A_1 e^{-ap} + A_2 e^{-ap}} = \frac{A_1 \cdot A_2}{(A_1 + A_2)} \cdot e^{-ap}$ - последовательно

Рис. 8. Типовые звенья и их соединения (коммутация).

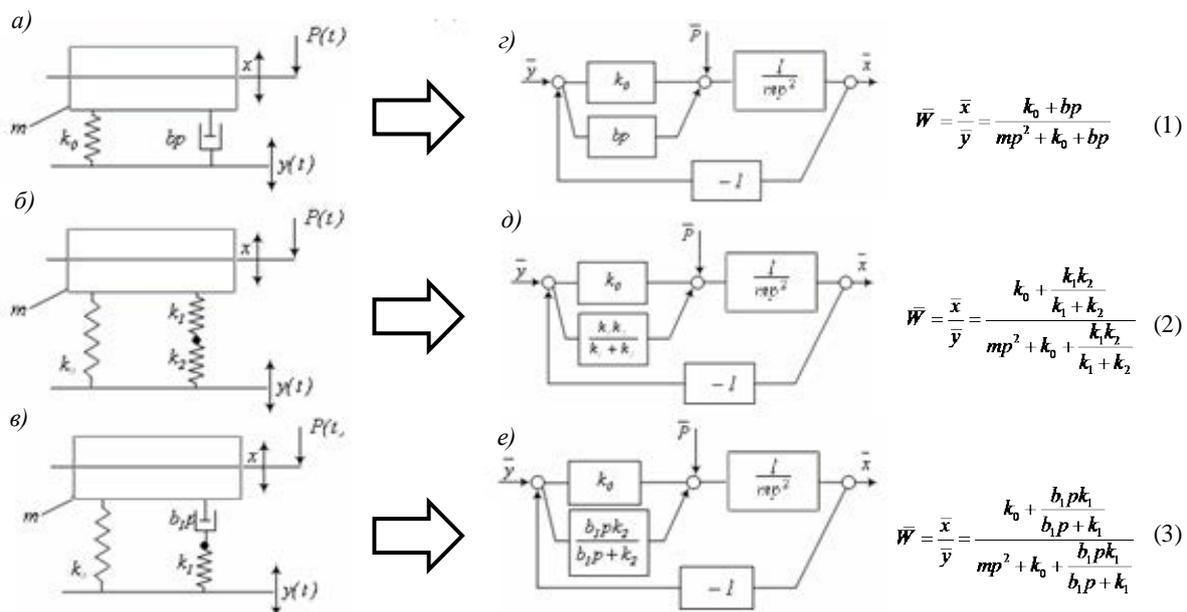


Рис. 9. Типовые звенья I-VI (рис. 8) могут быть скомбинированы между собой по правилам последовательного и параллельного соединения (пояснения по тексту).

В общем случае возможны соединения элементов различных типов между собой и структурными образованиями по правилам последовательного и параллельного соединения пружин. При этом необходимо соблюдение

определенных условий, которые заключаются в том, что входными сигналами всех типовых звеньев является смещение, а выходные сигналы представляют собой силовой фактор (силу, момент силы). В этом, в частности, за-

ключается особенность преобразования структурных схем в механических колебательных системах, что не является обязательным для систем автоматического управления, структурные схемы которых формируются без обязательного учета принципов механики или законов Киргхофа (в теории электрических цепей). Детализация представлений о правилах соединения типовых звеньев виброзащитных систем приведена на рис. 9.

Отметим, что рисунки 9а и 9г отражают особенности преобразования расчетной схемы в виде механической колебательной системы, содержащей параллельное соединение упругого звена (k_0) и дифференцирующего звена первого порядка (или диссипативного звена) в структурную схему (структурную модель - структурный аналог) математической модели в виде дифференциального уравнения). Передаточная функция такой системы имеет вид выражения (2) (рис. 9а).

Аналогичным образом на расчетной схеме, приведенной на рис. 9б, показаны особенности учета появления структурного образования из двух соединенных пружин k_1 и k_2 (выражение – (2)), что нашло соответствующее отражение в структурной схеме (рис. 9д) и в выражении (2) для передаточной функции (рис. 9д). Возможности учета свойств структурного образования в виде последовательно соединенных упругого звена k_1 и диссипативного звена b_{1p} , находящегося в параллельном соединении с упругим элементом k_0 , показаны на расчетной схеме рис. 9в и структурная схема (рис. 9е). Передаточная функция системы в этом случае принимает вид выражения (3) (рис. 9).

Аналогичным образом могут быть преобразованы и более сложные механические колебательные системы, что приводится, например, в работах [2,4,5]. Развитие структурных подходов дает возможность рассматривать усложненные формы динамических связей, которые могут представлять собой механические цепи

и механизмы, входящие в структуру механических колебательных систем.

V. Механизмы в структурах виброзащитных систем

Усложненные динамические связи часто используются при рассмотрении упругих колебаний в зубчатых передачах, в том числе, и шарнирно-рычажных зубчатых передачах, входящих в состав технологических комплексов, применяемых в различных отраслях техники. Многочисленные варианты зубчатых передач, в том числе планетарных, рассмотрены в работах [6÷9]. На рис. 10а÷е представлена обобщенная информация о механических колебательных системах (рис. 10а÷г), в которых задействованы зубчатые механизмы.

Практические реализации рассматриваемых схем распространены в станочном оборудовании, вибростендах различного назначения, в робототехнических и гибких производственных комплексах. Выражения (4)÷(7) (рис. 10а÷г) дают представление об аналогичных соотношениях, определяющих частоты собственных колебаний, а также передаточных функциях, которые могут быть получены на основе изложенных выше приемов. На рис. 9д показаны варианты введения шарнирно-рычажных связей в передачах вращения: математическая модель по расчетной схеме на рис. 10д, имеет вид выражения (9) (рис. 10д), из которого может быть определена частота собственных колебаний (выражение (8) – рис. 10д). Характерные формы амплитудно-частотных характеристик приведена на графиках рис. 10е. Наличие рычажных механизмов и промежуточных масс существенно изменяет свойства колебательной системы по сравнению с обычными конструктивными решениями. В этом отношении определенный интерес представляют упругие модели планетарных механизмов, в структуре которых реализуются достаточно сложные рычажные связи (Рис. 11а÷г).

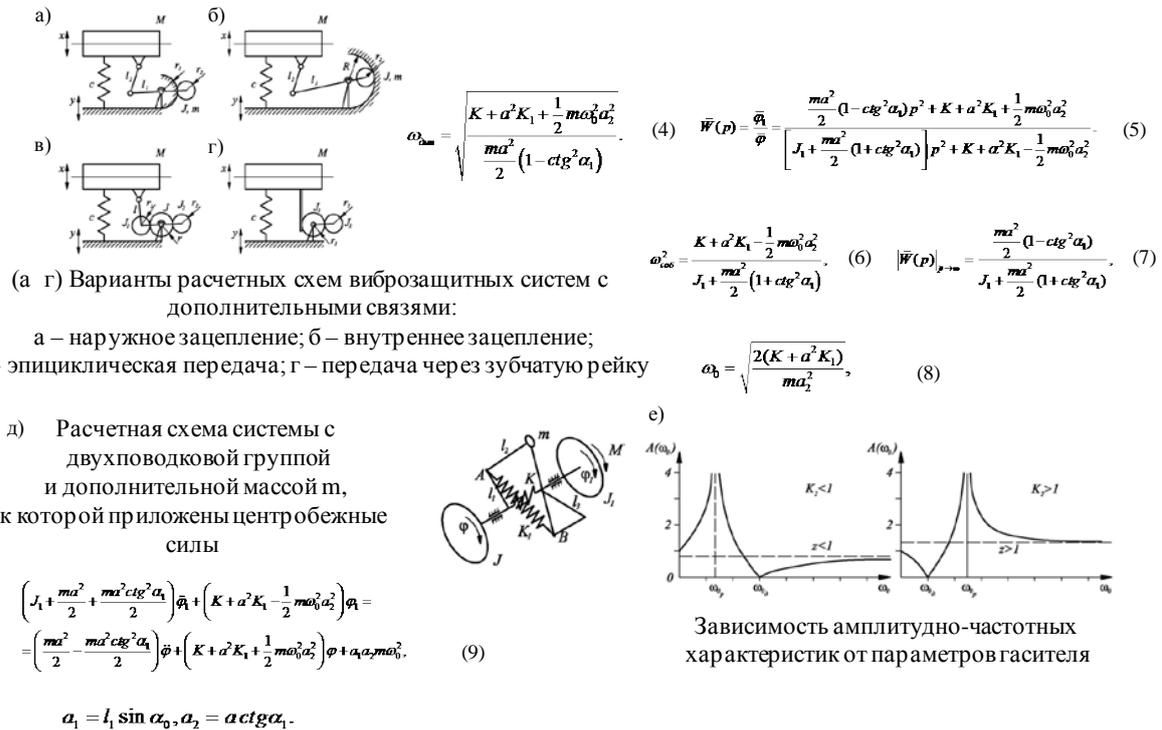


Рис. 10. Обобщенные динамические связи – механизмы комбинированного типа (пояснения по тексту).

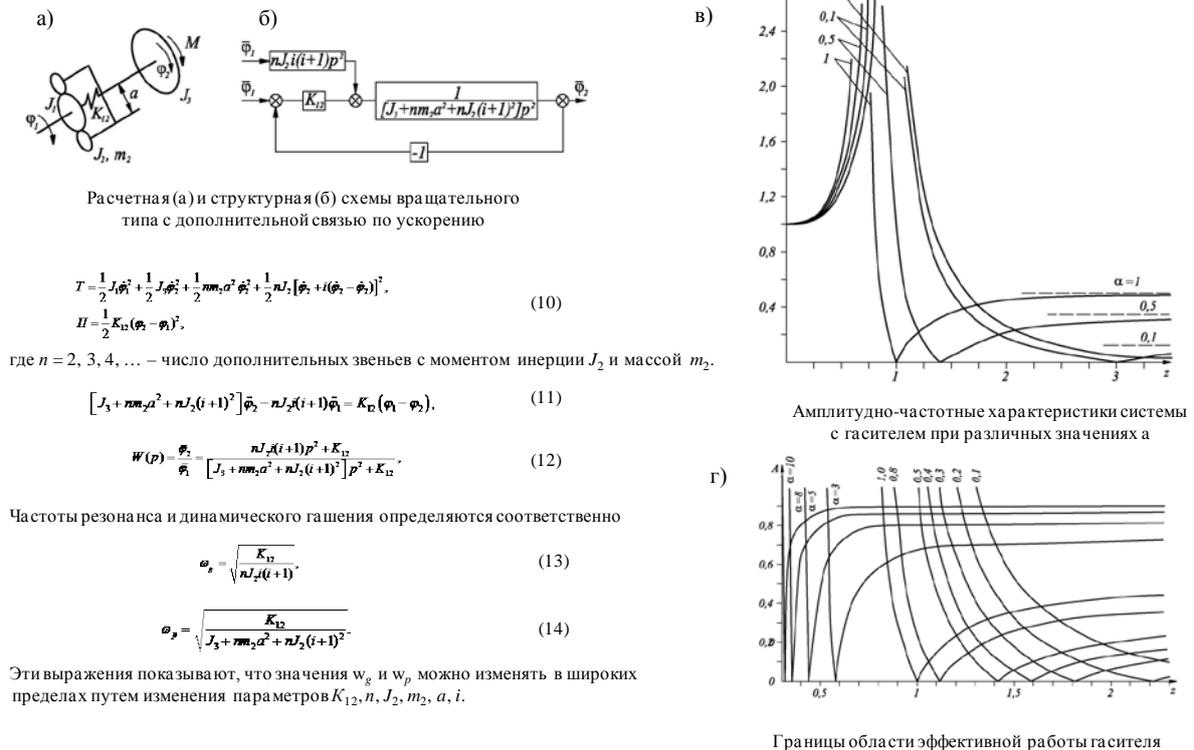


Рис. 11. Обобщенные динамические связи – планетарные зубчатые механизмы (пояснения по тексту).

Расчетная схема планетарного механизма и его структурная схема приведены на рис. 11а и рис. 11б. Выражения (10)÷(14) (рис. 11) отражают последовательность построения математической модели в виде дифференциального уравнения с последующей структурной интерпретацией, получением передаточной функции и значений частот колебаний характерных режимов. На рис. 11в представлено семейство амплитудно-частотных характеристик, из которых следует, что система обладает режимами динамического гашения (хотя и является системой с одной степенью свободы), а также имеет свойство «запираия» на высоких частотах. Особенности выбора режимов динамического гашения приводятся на графиках зависимостей на рис. 11г [6].

Введение дополнительных связей в механизмы вращательного типа может выполняться в форме присоединения маятников, как показано на рис. 12 (а÷з).

Усложнение расчетных схем передач вращения характерно не только для планетарных и дифференциальных передач, но и для передач с рычажными связями, которые дополня-

ются не только упругими элементами, но и типовыми элементарными дифференцирующими звеньями второго порядка в виде устройств для преобразования движения, как это показано на рис. 12а. Особенности такого рода систем рассмотрены, например, в работе [6].

Аналогичным образом трансформируется передача вращения путем введения в планетарном механизме (рис. 12б,в) маятникового устройства, привносящего при вращении эффекты самонастройки на определенные параметры движения. Результаты, характеризующие свойства системы, приведены на графиках зависимостей частот характерных режимов, например, динамического гашения от частоты вращения основного вала на рис. 12г÷з. Аналитическое соотношение, определяющее параметры динамического гашения, представлено выражением (15) (рис. 12).

Не менее показательны, в этом отношении, механические колебательные системы с рычажными механизмами с вариантами поступательного движения объекта защиты (рис. 13а÷г).

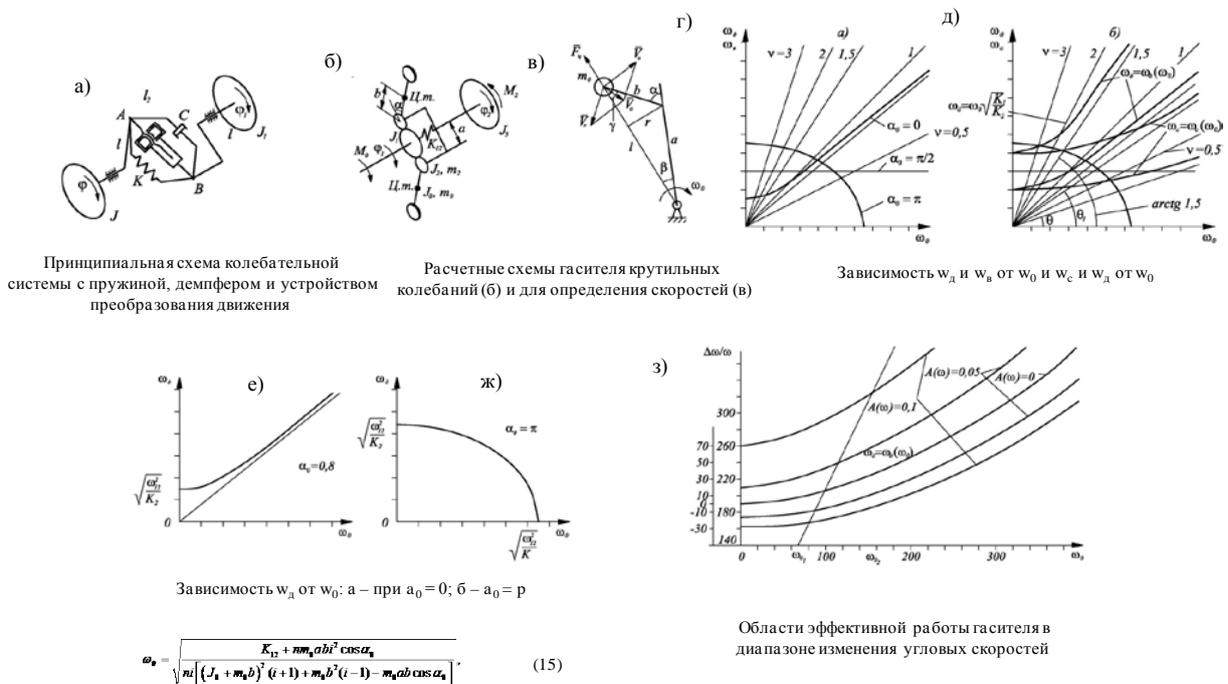
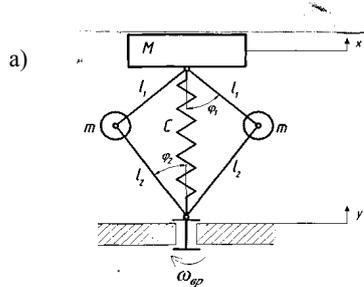


Рис. 12. Обобщенные динамические связи – механизмы преобразования движения (пояснения по тексту)



Расчетная схема виброзащитной системы с дополнительными связями вращательного типа

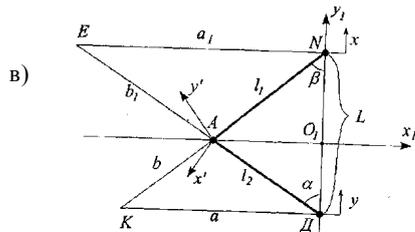


Схема для расчета малых перемещений груза

$$M\ddot{x} + \frac{1}{2}mQ_1\ddot{x} - \frac{1}{2}mQ_2\ddot{y} - 4md_1^2\omega_\phi^2 x + 4md_2^2\omega_\phi^2 y + 4md_1d_2\omega_\phi^2 = -cx + cy \quad (16)$$

или

$$\left(M + \frac{1}{2}mQ_1\right)\ddot{x} + (c - 4md_1^2\omega_\phi^2)x = \frac{1}{2}mQ_2\ddot{y} + (c - 4md_2^2\omega_\phi^2)y - 4md_1d_2\omega_\phi^2 \quad (17)$$

Рис. 13. Обобщенные динамические связи – использование поля центробежных сил (пояснения по тексту).

В данном случае шарнирный механизм (рис. 13а) с грузами m может вращаться вокруг вертикальной оси, что создает эффект зависимости жесткости упругой части виброзащитной системы от скорости углового вращения. Принципиальная схема расчета малых колебаний объекта защиты приведена на рис. 13 в. На рис. 13г показано, что частоты собственных колебаний и режимов динамического гашения зависят от угловой скорости вращения шарнирного механизма относительно вертикальной оси, а также от изначальной конфигурации механизма. Дифференциальное уравнение движения системы с вращающимся механизмом представлено в виде выражений (16), (17) (рис. 13). Характерной особенностью такой системы является возможность получения эффектов, характерных для упругих элементов с отрицательной жесткостью. При определенных частотах вращения механизма может быть получено состояние, соответствующее

использованию пружин с квазиулевой жесткостью. При дальнейшем увеличении угловой скорости вращения система теряет устойчивость, что требует соответствующих мер при проведении расчетов и определении рациональных параметров элементов системы.

Заключение

Методика определения откликов ВЗС на внешние воздействия опирается на частотные методы теории автоматического управления и позволяет получать передаточные функции виброзащитных систем с учетом физических особенностей реализации обобщенных динамических связей. Как уже отмечалось, они могут быть разнообразны по физической природе, по-разному включаться в структурные схемы системы, однако, они всегда могут рассматриваться как дополнительные цепи обратной связи. На основе вышеприведенного можно сделать ряд выводов:

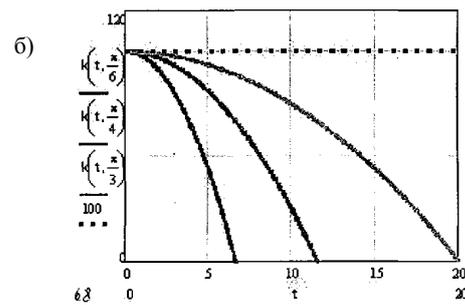
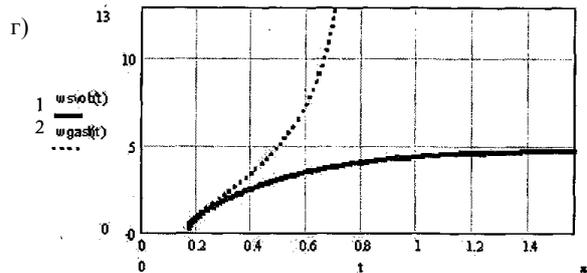


График зависимости приведенной жесткости от угловой скорости вращения



Зависимость частот собственных колебаний (1) и частоты динамического гашения (2) от начального угла установки α

1. Механические колебательные системы, являющиеся расчетными схемами различных систем виброзащиты и виброизоляции машин, оборудования и агрегатов, могут быть представлены структурными схемами, эквивалентны в динамическом отношении систем автоматического управления. Структурные модели (интерпретации) являются специфичной формой математических моделей в виде систем дифференциальных уравнений, получаемых на основе формализма Лагранжа.

2. Прямым и обратным связям на структурных аналогах соответствуют физически реализуемые связи в виде известных упругих и демпфирующих устройств, в целом, образующих вполне определенный набор типовых элементов виброзащитных систем.

3. Предлагаемые обобщенные представления о структуре виброзащитной системы основаны на введении дополнительной связи, свойства которой описываются передаточной функцией дробно-рационального вида, отражающей свойства обобщенной динамической связи.

4. Разработана методологическая основа построения виброзащитных систем на основе использования расширенного набора типовых элементов и определенных правил их соединения и коммутации.

5. Показаны возможности построения обобщенного подхода в динамическом синтезе виброзащитных систем при использовании приемов упрощения передаточной функции дополнительной связи, что позволяет получить имеющиеся результаты в задачах виброзащиты и виброизоляции, как частные случаи общего вида.

6. Предложенный подход позволяет не только на единой основе систематизировать полученные в многочисленных исследованиях результаты предшественников, но и развить методологическую базу и научно-обоснованные методики поиска и разработки новых технических средств для изменения и управления

динамическим состоянием в задачах защиты от вибраций и ударов.

7. Структурные подходы и интерпретации позволяют реализовать общие подходы к построению виброзащитных систем с активными устройствами, работающими от внешних источников энергии. В последнем случае активные устройства также могут быть представлены в виде элементов расширенного набора типовых элементов или их комбинации.

8. Разработана технология и аналитическая база оценки различных форм физической реализации дополнительных связей, что предполагает использование не только отдельных типов элементов, но и их комбинаций. Как отдельные направления в вариантах конструктивно-технических реализаций могут использоваться различные механизмы (винтовые, зубчатые, рычажные и др.), а также механические цепи в виде колебательных структур.

Подводя итоги проделанным исследованиям, хотелось бы подчеркнуть, что структурные подходы являются рациональным инструментом выбора, исследования и проектирования активных виброзащитных систем. При этом имеется в виду комплекс вопросов, связанных с оценкой динамических свойств активных виброзащитных систем при различных видах обобщенных динамических связей [6].

Таким образом, принцип обратной связи является методологической базой нового направления в теории колебаний и приложений последней и решению задач динамики управляемого движения, в той части, которая связана с защитой машин и оборудования от вибраций.

Исследования выполнены по гранту в рамках федеральной целевой программы «Научные и педагогические кадры инновационной России» на 2012 – 2013 г.г. (XLVII. Мероприятие 1.3.2. – естественные науки) № 14.132.21.1362., «Мехатроника виброзащитных систем», а также в рамках госбюджетных НИР ИрГУПС, тема: «Мехатронные подходы

в задачах вибродинамической защиты высокотехнологического оборудования и машин», номер государственной регистрации 01201352793.

Литература

1. Коловский М.З. Автоматическое управление виброзащитными системами / М.З. Коловский. – М.: Наука, 1976. – 320 с.
2. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. – Новосибирск: Наука, 2011. – 394 с.
3. Чупраков Ю.И. Гидравлические системы защиты человека-оператора от общей вибрации. – М.: Машиностроение, 1987. – 224 с.
4. Генкин М.Д., Елезов В.Г., Яблонский В.В. Методы управляемой виброзащиты машин. – М.: Наука, 1985. – 240 с.
5. Черноусько Ф.Л. Управление колебаниями / Ф.Л. Черноусько, Л.Д. Акуленко, Б.Н. Соколов. – М.: Наука, 1980. – 383 с.
6. Елисеев С.В. Динамика механических систем с дополнительными связями / С.В. Елисеев, Л.Н. Волков, В.П. Кухаренко. – Новосибирск: Наука, 1990. – 386 с.
7. Механизмы в упругих колебательных системах: особенности учета динамических свойств, задачи вибродинамической защиты машин, приборов и оборудования / Хоменко А.П., Елисеев С.В., Артюнин А.И., Паршута Е.А., Каимов Е.В.; Иркут. гос. ун-т путей сообщ. - Иркутск, 2013. – 187 с. – Библиогр.: 15 назв. – Рус. – Деп. в ВИНТИ 15.08.13 № 243 – В 2013.
8. Вейц В.Л., Качура А.Е., Мартыненко А.М. Динамические расчеты приводов машин. – Л.: Машиностроение. 1971. – 352 с.
9. Елисеев С.В., Драч М.А. Дополнительные связи в крутильных колебательных системах // Вестник Иркутского регионального отделения АН Высшей школы РФ, 2006, №2. – С. 71-82

References

1. Kolovskiy M.Z. Avtomaticheskoe upravlenie vibrozashhitnymi sistemami [Automation control of vibroprotection systems]. – Moscow, Science, 1976. – 320 p.

2. Eliseev S.V., Reznik Y.N., Khomenko A.P. Mehatronnye podhody v dinamike mehanicheskikh kolebatel'nyh sistem [Mechatronics approaches in dynamics of mechanical oscillation systems]. – Novosibirsk, Science, 2011. – 394 p

3. Chuprakov Y.I. Gidravlicheskie sistemy zashhity cheloveka-operatora ot obshhej vibracii [Hydraulic system of protection of the human operator of the total vibration]. – Moscow, Mashinostroenie, 1987. – 224 p.

4. Genkin M.D., Elezov V.G., Jablonskiy V.V. Metody upravlyaemoj vibrozashhity mashin [Methods of control vibroprotection of machines]. – Moscow, Science, 1985. – 240 p.

5. Chernousko F.L. Upravlenie kolebanijami [Control of oscillations] / F.L. Chernousko, L.D. Akulenko, B.N. Sokolov. – Moscow, Science, 1980. – 383 p.

6. Eliseev S.V. Dinamika mehanicheskikh sistem s dopolnitel'nymi svyazjami [Dynamics of mechanical systems with additional ties] / S.V. Eliseev, L.N. Volkov, V.P. Kukhareno. – Novosibirsk, Science, 1990. – 386 p.

7. Mehanizmy v uprugih kolebatel'nyh sistemah: osobennosti ucheta dinamicheskikh svojstv, zadachi vibracionnoj zashhity mashin, priborov i oborudovaniya [Mechanisms in elastic oscillation systems: features of accounting of dynamical properties, tasks of vibration protection of machines, devices and apparatus] / Khomenko A.P., Eliseev S.V., Artyunin A.I., Parshuta E.A., Kaimov E.V.; Irkutsk state Transport university – Irkutsk, 2013. – 187 p. – Bibliog.: 20 names. – Rus. – Dep. in VINITI 15.08.13 № 243 – V 2013.

8. Veic V.L., Kachura A.E., Martinenko A.M. Dinamicheskie raschety privodov mashin [Dynamical calculation of gears of machines]. – Leningrad, Mashinostroenie, 1971. – 352 p.

9. Eliseev S.V., Drach M.A. Dopolnitel'nye svyazi v krutil'nyh kolebatel'nyh sistemah [Additional ties in torsional oscillation systems] // Vestnik Irkutskogo regional'nogo otdelenija AN Vysshej shkoly RF [Bulletin of Irkutsk regional department AS Higher school RF], 2006, №2. – P. 71-82.

Статья поступила в редакцию 4 апреля 2014 г.

Елисеев Сергей Викторович – доктор технических наук, директор НИИ современных технологий, системного анализа и моделирования ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный университет путей сообщения», г. Иркутск, Россия. E-mail: eliseev_s@inbox.ru

Трофимов Андрей Нарьевич – кандидат технических наук, директор Инженерного центра ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный университет путей сообщения», г. Иркутск, Россия. E-mail: trofimov_an@irgups.ru

Большаков Роман Сергеевич – младший научный сотрудник Научно-образовательного центра современных технологий, системного анализа и моделирования ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный университет путей сообщения», г. Иркутск, Россия. E-mail: bolshakov_rs@mail.ru

Eliseev Sergey Viktorovich – Professor, Irkutsk State University of Railway Transport, Irkutsk, Russia. E-mail: eliseev_s@inbox.ru

Trofimov Andrey Narjevich – PhD, Irkutsk State University of Railway Transport, Irkutsk, Russia. E-mail: trofimov_an@irgups.ru

Bolshakov Roman Sergeevich – Junior Researcher, Irkutsk State University of Railway Transport, Irkutsk, Russia. E-mail: bolshakov_rs@mail.ru