

УДК 621.8

Исследование распространения пластических волн в образце на основе теории пластического течения

Кокорева О.Г.

Проведены исследования механических свойств материалов в результате воздействия импульсных нагрузок. Рассмотрено влияние динамических нагрузок в технологических процессах обработки деталей методом поверхностной пластической деформации. Установлена связь прочностных расчетов с интенсивностью деформации при импульсном воздействии на деталь. Рассмотрен процесс распространения пластических волн в металлическом образце и описан механизм напряженного состояния поверхности детали при импульсной обработке. Выполнен анализ результатов расчетов динамических прочностных характеристик материалов с использованием теории распространения волн деформаций и напряжений. Получено уравнение движения образца с учетом теории пластического течения. Получены точные результаты при определении механических свойств материалов, испытывающих динамические нагрузки, на основе теории распространения волн деформаций и напряжений. Установлено, при импульсном нагружении образца, напряжения и пластические деформации распространяются в виде волн. Распространение волн в сплошной среде описывается распространением разрывов функций и их производных.

Ключевые слова: динамические нагрузки; прочностные характеристики; деформация; напряжения; образец; уравнение движения; волновые процессы; механические свойства.

The research on wave propagation in a plastic sample based on the plastic flow theory

Kokoreva O.G.

The paper presents the research results on mechanical properties of materials under pulsed loads. The effect of dynamic loads in technological processes of part surface plastic flow (deformation) is considered. The relationship of strength analysis to the strain rate under pulsed loads is given. Plastic wave propagation process in a metal sample is discussed. The part surface stress state mechanism under pulse loads is described. Calculation results analysis of dynamic strength material characteristics, using the theory of strain and stress wave propagation, is performed. The sample movement equation under the plastic flow theory is given. The paper presents accurate results on determining mechanical properties of materials under dynamic loads, following the flow and strain wave propagation. Wave propagation in solids is described by means of gap functions propagation and their derivatives.

Keywords: dynamic loads; strength characteristics; deformation; voltage; sample; movement equation; wave processes; mechanical properties.

Введение

Необходимость исследования механических свойств материалов, испытывающих импульсные нагрузки, диктуется потребностями различных областей современной техники.

Кратковременному воздействию импульсных нагрузок подвергаются поверхности конструкции различных летальных аппаратов, судов, подводных лодок, гидротехнических со-

оружий и другие детали машиностроительного производства. Динамические нагрузки возникают в заготовке и оснастке при таких новых технологических процессах, как гидро-взрывная, электромагнитная и ударная штамповка. Вместе с тем известно, что многие материалы в условиях динамического воздействия ведут себя иначе, чем при статическом нагружении.

Так, например, динамический предел текучести мягкой стали в несколько раз превышает значение предела текучести, полученного при статических испытаниях [4,5].

Очевидно, что расчеты на прочность, а также расчеты импульсных технологических процессов, должны основываться на знании механических свойств материалов при высоких скоростях деформации.

Проблема использования в расчетах динамических прочностных характеристик материалов обусловлена тем, что они не являются постоянными. Их значения зависят от скорости деформации [4,5].

Наиболее точные результаты при определении механических свойств материалов, испытывающих динамические нагрузки, получают на основе теории распространения волн деформаций и напряжений [4].

В настоящее время известен ряд методов определения, как динамического предела текучести, так и всей динамической диаграммы деформирования [4,5]. Эти методы разработаны применительно к частному случаю деформирования - продольному растяжению или сжатию образцов. Причина ограниченности методов кроется как в сложности постановки соответствующего эксперимента, так и в сложности теоретического истолкования результатов эксперимента.

Сдвиговые, девиаторные динамические характеристики являются определяющими при изучении процессов импульсного пластического деформирования. В связи с этим, исследование динамического деформирования в условиях, приближающихся к натурным, представляется достаточно перспективным.

Цель работы – провести исследование распространения пластических волн в образце на основе теории пластического течения.

Результаты исследования

Настоящая статья посвящена теоретическому обоснованию и экспериментальной от-

работке методики определения динамического предела текучести металлов в условиях двухосного растяжения. Методика разработана применительно к импульсному деформированию жестко заземленных деталей.

Пусть к образцу из изотропного материала прикладывается импульс нормального равномерного распределенного давления $P(t)$ (рис. 1). Давление $P(t)$ таково, что материал образца, подчиняющийся жестко пластической схеме деформирования, мгновенно переходит в пластическое состояние. При этом возникают распространяющиеся пластические волны, на фронтах которых терпят разрывы только старшие производные от функций, входящих в систему определяющих уравнений.

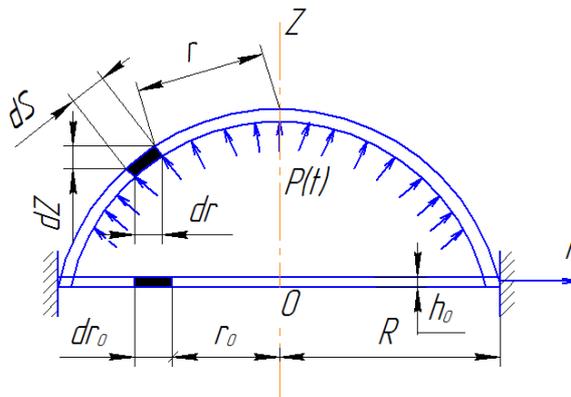


Рис. 1. Схема нагружения образца.

Рассмотрим процесс распространения пластических волн в металлическом образце. Будем предполагать, что в исходном состоянии образец не деформирован, его плоскость совпадает с плоскостью r, θ цилиндрической системы координат, ось oz совпадает с осью симметрии.

Поскольку толщина h образца во много раз меньше его радиуса, то напряжениями σ_z и τ_{rz} можно пренебречь по сравнению с радиальным σ_r и окружным σ_θ бинормальными напряжениями. Считаем, что длина продольной волны, возникающей в образце под воздействием импульсной нагрузки, намного больше толщины образца. Поэтому инерцией в поперечном направлении можно пренебречь [2].

Таким образом, поле напряжений образца является двумерным, с главными напряжениями $\sigma_1 = \sigma_r$ и $\sigma_2 = \sigma_\theta$.

Ввиду того, что процесс деформирования образца является осесимметричным, достаточно движение ее меридионального сечения.

Уравнения движения для бесконечно малого элемента образца, имеющего в некоторый фиксированный момент времени t координаты r и z (рис. 2) имеют вид [11]

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\sigma_r h r \frac{\partial r}{\partial s} \right) - \sigma_\theta h + P(t)r \frac{\partial z}{\partial s} = p \frac{\partial^2}{\partial t^2} h r \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\sigma_r h r \frac{\partial r}{\partial s} \right) + P(t)r \frac{\partial z}{\partial s} = p \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} h r \quad (2)$$

где ds – длина деформируемого элемента образца, e_r – относительное удлинение в радиальном направлении, P – объемная плотность материала образца. Поскольку $r = r(r_0, t)$, $z = z(r_0, t)$, $s = s(r_0, t)$, (r_0 – лагранжева координата элемента)

$$\frac{\partial r}{\partial s} = \frac{\partial r}{\partial r_0} \frac{\partial r_0}{\partial s} \quad (3)$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial r_0} \frac{\partial r_0}{\partial s} \quad (4)$$

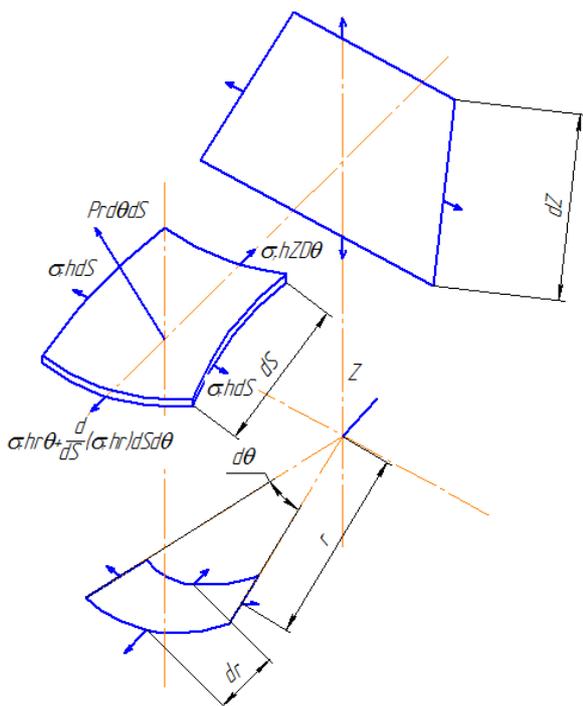


Рис. 2. Схема сил действующих на элемент образца.

Из рис. 2 следует, что в фиксированный момент времени

$$e_r = \frac{ds - dr_0}{dr_0} \text{ или } e_r + 1 = \frac{ds}{dr_0} \quad (5)$$

Выражения (3),(4) с учетом (5) примут вид

$$\frac{\partial r}{\partial s} = \frac{\partial r}{\partial r_0} \frac{1}{e_r + 1} \quad (6)$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial r_0} \frac{1}{e_r + 1} \quad (7)$$

Окончательно получаем:

$$\frac{\partial f}{\partial s} = \frac{\partial f}{\partial r_0} \frac{1}{e_r + 1}$$

Используя (1), (2), (6), (7), получим уравнения движения образца в лагранжевых координатах:

$$\frac{1}{e_r + 1} \frac{\partial}{\partial r_0} \left(\sigma_r h r \frac{\partial r}{\partial r_0} \right) - \sigma_\theta h + \quad (8)$$

$$+ \frac{P(t)r}{e_r + 1} \frac{\partial z}{\partial r_0} = p \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} h r$$

$$\frac{1}{e_r + 1} \frac{\partial}{\partial r_0} \left(\sigma_r h r \frac{\partial z}{\partial r_0} \right) + \quad (9)$$

$$+ \frac{P(t)r}{e_r + 1} \frac{\partial r}{\partial r_0} = p \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} h r$$

Выпишем систему определяющих уравнений в развернутом виде [7]

$$\frac{\partial^2 r}{\partial r_0 \partial t} \frac{\partial r}{\partial r_0} + \frac{\partial^2 z}{\partial r_0 \partial t} \frac{\partial z}{\partial r_0} + (e_r + 1)^2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial t} \right) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{2\sigma_\theta - \sigma_r}{h} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} \frac{\partial r}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial r_0^2} \frac{\partial r}{\partial r_0} + \frac{\partial^2 z}{\partial r_0^2} \frac{\partial z}{\partial r_0} - (e_r + 1) \frac{\partial e_r}{\partial r_0} = 0$$

В системе уравнений (10) первое представляет собой уравнение несжимаемости; второе – условие пропорциональности компонент девиаторов напряжений и скоростей деформаций; третье – геометрическое соотношение; четвертое и пятое – уравнения движения образца.

Заключение

Таким образом, при импульсном нагружении образца, напряжения и пластические деформации распространяются не мгновенно, а в виде волн. Распространение волн в сплошной среде описывается распространением разрывов функций и их производных. Из общей теории дифференциальных уравнений с частными производными известно [2,9], что разрывы распространяются с характеристическими скоростями вдоль характеристик системы уравнений.

В нашем случае будем предполагать существование только слабых разрывов, т.е. разрывов старших производных от функций $r, z, \sigma, \epsilon, h$. Плотность $\rho = \text{const}$, в силу принятой несжимаемости материала. Для выяснения характера протекающих в образце волновых процессов в дальнейшем планируется исследование рассматриваемой системы дифференциальных уравнений методом характеристик.

Литература

1. *Кукуджанов В.Н.* Распространение цилиндрических ударных волн напряжения в пластинке за пределом текучести // Труды МФТИ, 1959, №3.
2. *Курант Р.* Уравнения с частными производными. – М: Мир, 1964.
3. *Фридрихе К., Курант Р.* Сверхзвуковое течение и ударные волны. – ИЛ., 1950.
4. *Надеева Р.И.* Об определении динамической зависимости между напряжениями и деформациями // Вестник МГУ, 1953, №10.
5. *Орленко Л.П.* Поведение материалов при интенсивных динамических нагрузках. – М: Машиностроение, 1964.
6. *Павленко А.Л.* Прямой удар по гибкой пластине телом вращения заданного профиля // Диссертация НИИ механики и математики МГУ, 1952.
7. *Половцева В.С.* Об экспериментальном исследовании нормального удара по гибкой мембране // Вестник МГУ, 1967, №6.
8. *Работнов Ю.Н.* Сопrotивление материалов. – М: Физматгиз, 1962.
9. *Рахматулин Х.А., Демьянов Ю.А.* Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. – М: Физматгиз, 1961.
10. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики, т.IV. – М: Гостехтеориздат, 1951.
11. *Соколов Л.Д.* Сопrotивление металлов пластической деформации. – М: Metallургия, 1963.
12. *Томас Т.* Пластическое течение и разрушение в твердых телах. – М: Мир, 1964.
13. *Фрейденталь А., Гейрингер Х.* Математические теории неупругой сплошной среды. – М: Физматгиз, 1962.

References

1. *Kukudzhyanov V.N.* Rasprostranenie cilindricheskikh udarnykh voln naprjazhenija v plastinke za predelom tekuchesti [Propagation of cylindrical shock wave in a plate beyond the yield stress] // Proceedings of MIPT, 1959, № 3.
2. *Kurant R.* Uravnenija s chastnymi proizvodnymi [Partial Differential Equations]. – Moscow: Mir, 1964.
3. *Fridriche K., Kurant R.* Sverhzvukovoe tehnenie i udarnye volny [Supersonic Flow and Shock Waves]. – Moscow: II, 1950.
4. *Nadeeva R.I.* Ob opredelenii dinamicheskoj zavisimosti mezhdu naprjazhenijami i deformacijami [On the determination of the dynamic relationship between stress and strain] // Vestnik MSU, 1953, №10.
5. *Orlenko L.P.* Povedenie materialov pri intensivnyh dinamicheskikh nagruzkah [Behavior of materials under intense dynamic loads]. – Moscow: Mashinostroenie, 1964.
6. *Pavlenko A.L.* Prjamoj udar po gibkoj plastine telom vrashhenija zadannogo profilja [Direct blow to the flexible plate body rotation given profile] // Dissertation Research Institute of Mechanics and Mathematics MSU, 1952.
7. *Polovtseva V.S.* Ob jeksperimental'nom issledovanii normal'nogo udara po gibkoj membrane [An experimental investigation of the normal impact on a flexible membrane] // Vestnik MSU, 1967, №6.
8. *Rabotnikov Y.N.* Soprotivlenie materialov [Strength of materials]. – Moscow: Fizmatgiz, 1962.

9. *Rachmatulin H.A., Demjanov Y.A.* Prochnost' pri intensivnyh kratkovremennyh nagruzkah [Tensile intense transient load] – Moscow: Fizmatgiz, 1961.

10. *Smirnov V.I.* Kurs vysshej matematiki [Course of Higher Mathematics], vol.IV. – Moscow: Gostechteorizdat, 1951.

11. *Sokolov L.D.* Soprotivlenie metallov plasticheskoj deformacii [Resistance to plastic deformation of metals]. – Moscow: Metallurgizdat, 1963.

12. *Tomas T.* Plasticheskoe techenie i razrushenie v tverdyh telah [Plastic flow and fracture in solids]. – Moscow: Mir, 1964.

13. *Freudenthal A., Geiringer H.* Matematicheskie teorii neuprugoj sploshnoj sredy [Mathematical theory of inelastic continuous media]. – Moscow: Fizmatgiz, 1962.

Статья поступила в редакцию 4 марта 2014 г.

Кокорева Ольга Григорьевна – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения» Муромского института (филиала) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых», г. Муром, Россия. E-mail: kokoreva_olga_2.11@mail.ru

Kokoreva Olga Grigorjevna – Ph.D., Murom Institute of Vladimir State University, Murom, Russia. E-mail: kokoreva_olga_2.11@mail.ru