
УДК 62.752

Вопросы построения математических моделей механических систем с динамическими гасителями колебаний методом сочленения звеньев

Хоменко А.П., Елисеев С.В., Артюнин А.И.

Предлагается обобщенная теория построения рычажных динамических гасителей колебаний в механических системах, предназначенных для защиты машин и оборудования от вибраций и ударов. Показано, что желаемые эффекты могут быть получены путем формирования в системе соответствующих сочленений, приводящих к уменьшению числа степеней свободы движения системы. Рассматриваются возможности использования различных систем координат для описания динамических свойств систем с учетом расположения мест и способов закрепления элементов. Предлагаются приемы освобождения от некоторых координат относительного движения в предположении, что эти координаты могут стать равными нулю при определенных условиях. Такие упрощения формируют сочленения звеньев и образуют в структуре колебательной системы механизмы, которые могут существенно изменять динамические свойства системы в целом. На основе таких подходов могут быть разработаны новые средства управления динамическим состоянием виброзащитных систем. Рассмотрен ряд примеров на основе вычислительного моделирования.

Ключевые слова: виброзащита, виброизоляция, динамические гасители колебаний, рычажные механизмы.

The issues of developing mathematical models of mechanical systems with dynamical absorbers through links coupling

Khomenko A.P., Eliseev S.V., Artyunin A.I.

The paper deals with a general theory of lever dynamical vibration absorbers in mechanical systems intended to protect machinery and equipment from vibration and stresses. Desirable effects will be achieved by making proper couplings between the system links which results in reducing the number of freedom degrees of the system movement. Possibilities of using several systems of coordinates for describing the system dynamical properties depending on the element location and support are discussed. The paper considers the ways of eliminating some coordinates of relative movements provided they could be equal zero under specific conditions. Such approximations form link couplings and mechanisms in vibration system structure which can change the system dynamics. New means for controlling vibroprotection system dynamics could be developed. A number of examples are given based on mathematical modelling.

Keywords: vibroprotection systems, dynamical absorbers, lever mechanisms.

Введение

Теоретические аспекты динамического гашения колебаний в механических системах достаточно хорошо изучены, что послужило толчком к инициативам по поиску и разработке новых способов и средств управления динамическим состоянием технических систем в вибрационном окружении [1-4]. Одним из направлений в изучении возможностей динамического гашения вибраций стало использование в структурах колебательных систем

специальных механизмов. Чаще всего, в этом плане, используются рычажные механизмы, принимающие в ряде случаев вид маятниковых гасителей. Формы их конструктивно-технической реализации стали приемлемыми не только в крутильно-колебательных системах [5], но и системах обычного вида, что может рассматриваться как одна из форм сочленения, вводимых в механических колебательных системах с твердыми телами [6].

В предлагаемой статье рассматривается подход, обеспечивающий возможности построения математических моделей механических систем с динамическими гасителями, которые могут быть построены путем некоторых формализованных приемов, связанных с преобразованиями координат. Задачей исследования является уточнение некоторых методологических позиций и отработка технологии построения математических моделей в формах, обеспечивающих оценку динамических свойств систем на основе структурных схем методов, использующих передаточные функции.

Общие положения

Рассматривается обобщенная расчетная схема виброзащитной системы с четырьмя степенями свободы при кинематическом возмущении со стороны основания z_1, z_2 , и z_3 (рис. 1). Верхний каскад соединений (динамический гаситель) предполагает опирание дополнительной массы гасителя m_2 на три упругих опоры с жесткостями k_3, k_4, k_5 . На рис. 1 показаны точки крепления упругих элементов к твердым телам, что определяется зна-

чениями размерной цепи $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6$. Система совершает малые вертикальные колебания в предположении об отсутствии сил трения.

Для расчетной схемы на рис. 1 характерно наличие некоторых особенностей в расположении центров тяжести динамического гасителя колебаний и объекта M , который опирается также на три упругих опоры k_1, k_{30}, k_2 . Предполагается, что центры тяжести гасителя колебаний и объекта защиты находятся на одной вертикали. Для описания движения используются неподвижные системы координат y_1 – y_4 , а также y_0, φ, y_{00} и φ_1 – соответственно координаты центров тяжести и углов поворота твердых тел M и M_1 .

С учетом обозначений, приведенных на рис. 1, запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий

$$T = \frac{1}{2} M \dot{y}_0^2 + \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} M_1 \dot{y}_{00}^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_1^2, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - z_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2} k_{30} (y_0 - z_3)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_3 - y_{B_1})^2 + \\ & + \frac{1}{2} k_4 (y_{00} - y_0)^2 + \frac{1}{2} k_5 (y_4 - y_{B_3})^2. \end{aligned} \quad (2)$$

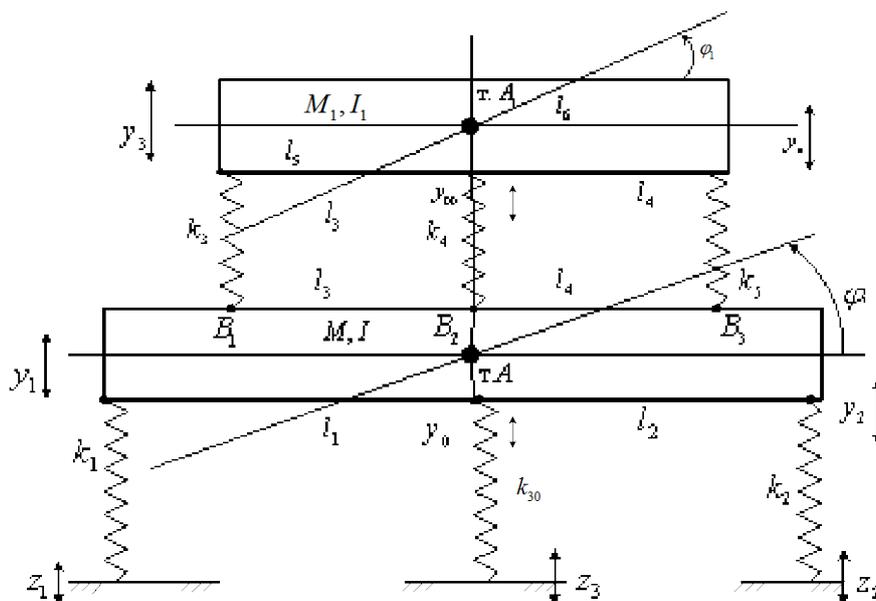


Рис. 1. Расчетная схема виброзащитной системы с рычажным динамическим гасителем.

Для дальнейших расчетов введем ряд соотношений: $y_{B_2} = y_0, \quad y_1 = y_0 - l_1\phi,$

$$y_2 = y_0 + l_2\phi_2, \quad y_{B_1} = y_0 - l_3\phi, \quad y_{B_3} = y_0 + l_4\phi,$$

$$l_3 = B_2B_1, \quad l_4 = B_2B_3 \text{ (точки } B_2 \text{ и } A \text{ совпадают)}$$

ют). l_5, l_6 – определяют положение т. A_1 (центр тяжести в теле массой M_1), $y_0 = ay_1 + by_2,$

$$\phi = c(y_2 - y_1), \quad a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, \quad b = \frac{l_1}{l_1 + l_2},$$

$$y_{00} = a_1 y_3 + b_1 y_4, \quad a_1 = \frac{l_6}{l_5 + l_6}, \quad b_1 = \frac{l_5}{l_5 + l_6},$$

$$\phi_1 = c_1(y_3 - y_4), \quad c_1 = \frac{1}{l_5 + l_6}.$$

Примем, что $y_4 = y_1(a - l_4c) - y_2(b + l_4c).$

Преобразуем (1), (2) к виду:

$$T = \frac{1}{2}M(\dot{y}_1 a + b\dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2}Ic^2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2}M_1(\dot{y}_3 a_1 + b_1\dot{y}_4)^2 + \frac{1}{2}I_1c_1^2(\dot{y}_4 - \dot{y}_3)^2. \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - z_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2}k_{30}(ay_1 + by_2 - z_3)^2 + \\ & + \frac{1}{2}k_3[(y_3 - ay_1 - by_2 + l_3c(y_2 - y_1))]^2 + \\ & + \frac{1}{2}k_4(a_1y_3 + b_1y_4 - ay_1 - by_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2}k_5[y_4 - ay_1 - by_2 - l_4c(y_2 - y_1)]^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Потенциальная (4) энергия может быть записана также в виде:

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 + \Pi_5 + \Pi_6, \quad (5)$$

$$\text{где } \Pi_1 = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2; \quad \Pi_2 = \frac{1}{2}k_2(y_2 - z_2)^2;$$

$$\begin{aligned} \Pi_3 = & \frac{1}{2}k_{30}(a_3^2 y_1^2 - 2a_3 b_3 y_1 y_2 + b_3^2 y_2^2 - \\ & - 2z_3 a_3 y_1 - 2z_3 b_3 y_2 + z_3^2); \end{aligned}$$

$$\Pi_4 = \frac{1}{2}k_3[y_2 a_2 - y_1 b_2 + y_3]^2;$$

$$\Pi_5 = \frac{1}{2}k_4[a_1 y_3 + b_1 y_4 - ay_1 - by_2]^2;$$

$$\Pi_6 = \frac{1}{2}k_5[y_4 - y_1(a - l_4c) - y_2(b + l_4c)]^2.$$

Используя (3)-(5), запишем систему уравнений движения системы в виде

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1(Ma^2 + Ic^2) + y_1(k_1 + k_{30}a^2 + k_3b_2^2 + \\ + k_4a^2 + k_5a_3^2) + \ddot{y}_2(Mab - Ic^2) + \\ + y_2(-k_{30}ab - k_3a_2b_2 + k_4ab + k_5a_3b_3) + \\ + y_3(-k_3b_2 - k_4a_1a) + y_4(-k_4b_1a - \\ - k_5a_3) = k_1z_1 + k_{30}az_3. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1(Mab - Ic^2) + y_1(-k_{30}ab - k_3a_2b_2 + \\ + k_4ab + k_5a_3b_3) + \ddot{y}_2(Mb^2 + Ic^2) + \\ + y_2(k_2 + k_{30}b_2^2 + k_3a_2^2 + k_4b^2 + k_5b_3^2) + \\ + y_3(k_3a_2 - k_4a_1b + k_5b_3^2) + y_4(-k_4b_1b_2 - \\ - k_5b_3) = k_2z_2 + k_{30}bz_3; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1(0) + y_1(-k_3b_2 - k_4a_1a) + \ddot{y}_2(0) + \\ + y_2(k_3a_2 - k_4a_1b) + \ddot{y}_3(M_1a_1^2 + Ic_1^2) + \\ + y_3(k_3 + k_4a_1^2) + \ddot{y}_4(M_1a_1b_1 - I_1c_1^2) + \\ + y_4(k_4a_1b_1) = 0; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1(0) + k_4(-b_1a - k_5a_3) + \ddot{y}_2(0) + \\ + y_2(-k_4b_1b - k_5b_3) + \ddot{y}_3(M_1a_1b_1 - \\ - I_1c_1^2) + y_3(k_4b_1a) + \ddot{y}_4(M_1b^2 + I_1c_1^2) + \\ + y_4(k_4b_1^2 + k_5) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Коэффициенты системы уравнений (6)-(9) приведены в таблице 1.

Структурная схема исходной системы приведена на рис. 2. Отметим, что связи между парциальными системами y_1 и y_2 , также, как между парциальными системами y_3 и y_4 , носят инерционно-упругий характер. На частотах

$$\omega_{дин.1}^2 = \frac{k_{30}ab + k_3a_2b_2 - k_4ab - k_5a_3b_3}{Mab - Ic^2}, \quad (10)$$

$$\omega_{дин.2}^2 = \frac{k_4a_1b_1}{I_1c_1^2 - M_1a_1b_1} \quad (11)$$

связи могут «обнуляться», что вносит свою специфику в систему динамического взаимодействия между парциальными блоками.

Перекрестные связи между y_1, y_4 и y_2, y_4 , а также y_2, y_3 носят упругий характер. Упругая перекрестная связь $y_2 - y_3$ при выполнении условия

$$k_4a_1b - k_3a_2 = 0, \quad (12)$$

может «обнуляться», что формирует соответствующие формы независимого движения парциальных систем. Влияние условий (10)-(12) может проявляться и через их одновременное или частичное совпадение.

Таблица 1

Коэффициенты уравнений движения (6)-(9) в координатах y_1, y_2, y_3, y_4

a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}
$(Ma^2 + Ic^2)p^2 + k_1 + k_{30}a^2 + k_3b_2^2 + k_4a^2 + k_5a_3^2$	$(Mab + Ic^2)p^2 - k_{30}ab - k_3a_2b_2 + k_4ab + k_5a_3b_3$	$-k_3b_2 - k_4a_1a$	$-k_4b_1a - k_5a_3$
a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}
$(Mab + Ic^2)p^2 - k_{30}ab - k_3a_2b_2 + k_4ab + k_5a_3b_3$	$(Mb^2 + Ic^2) + k_2 + k_{30}b_2^2 + k_3a_2^2 + k_4b^2 + k_5b_3^2$	$k_3a_2 - k_4a_1b$	$-k_4b_1b - k_5b_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}
$-k_3b_2 - k_4a_1a$	$k_3a_2 - k_4a_1b$	$(M_1a_1^2 + Ic_1^2)p^2 + k_3 + k_4a_1^2$	$(Ma_1b_1 - Ic_1^2)p^2 + k_4a_1b_1$
a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}
$-k_4b_1a - k_5a_3$	$-k_4b_1b - k_5b_3$	$(M_1a_1b_1 - Ic_1^2)p^2 + k_4a_1b_1$	$(M_1b^2 + I_1c_1^2)p^2 + k_5 + k_4b_1^2$
Q_1	Q_2		
$k_1z_1 + k_{30}az_3$	$k_2z_2 + k_{30}bz_3$	0	0

Примечание:

$$a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, c = \frac{1}{l_1 + l_2}, a_1 = \frac{l_6}{l_5 + l_6}, b_1 = \frac{l_5}{l_5 + l_6}, c_1 = \frac{1}{l_5 + l_6}, a_2 = hl_3c - b, b_2 = a + l_3c$$

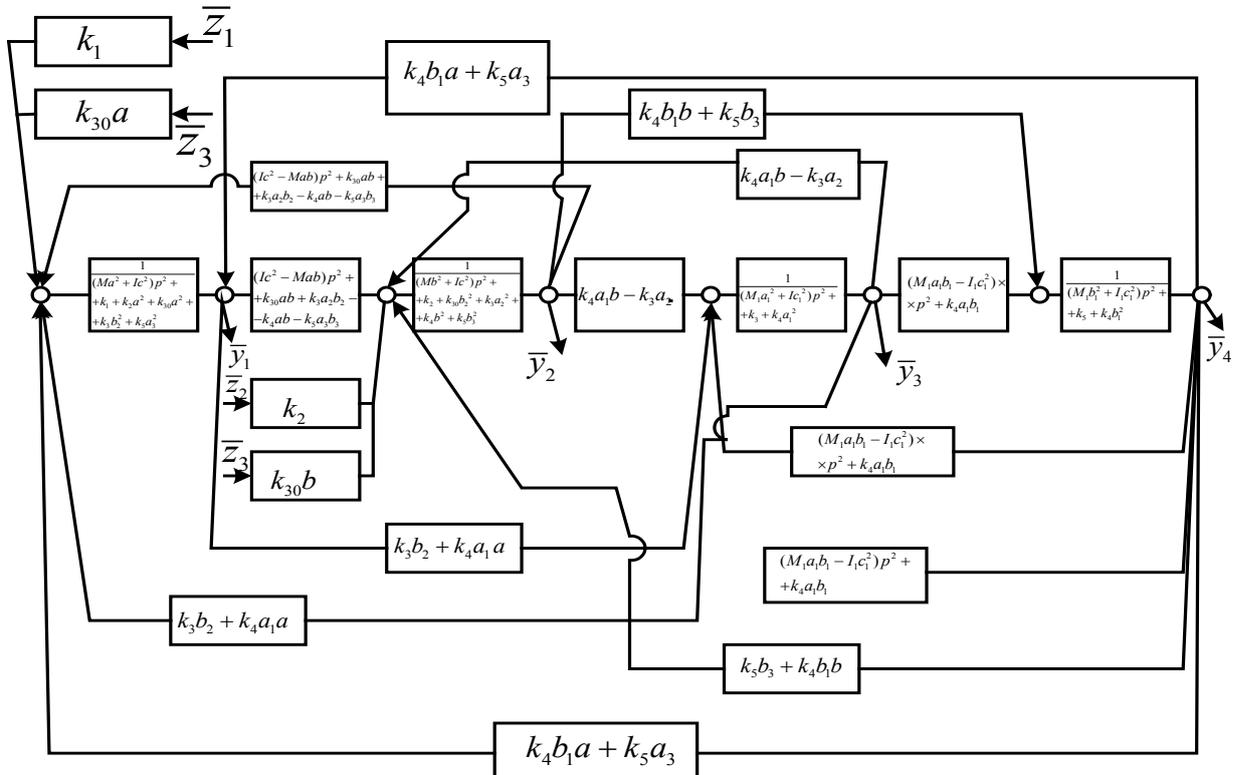


Рис. 2. Структурная схема обобщенной системы с динамическим гасителем колебаний общего вида.

Передаточные функции системы при заданных значениях внешних кинематических воздействий лучше всего определять по правилам Крамера [7].

Введение сочленений между твердыми телами

В зависимости от вида передаточной функции в системе (по рис. 2) может возникнуть в общем случае до трех режимов динамического гашения. При возмущении со стороны основания механическая система будет иметь амплитудно-частотную характеристику обычного вида [8]. Чтобы ввести сочленения, можно полагать, что $k_4 \rightarrow \infty$, тогда расчетная схема на рис. 3 преобразуется к виду, как показано на рис. 3а. При этом схема на рис. 3а соответствует сочленению между массами M и M_1 , а схема на рис. 3б является вариантом сочленения с основанием.

Возможен и третий вариант, при котором в виброзащитной системе формируется два сочленения (рис. 3в). Для сравнительного анализа возможностей изменения динамических свойств при введении сочленений рассмотрим несколько примеров.

При первом варианте сочленения имеют место соотношения:

$$y_0 = y_{00}, y_1 = y_0 - l_1\phi, y_2 = y_0 + l_2\phi, \quad (13)$$

$$y_{B_1} = y_0 - l_3\phi, y_{B_3} = y_0 + l_4\phi, \phi = c(y_2 - y_1).$$

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий в виде

$$T = \frac{1}{2}M\dot{y}_0^2 + \frac{1}{2}I\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}I_1\dot{\phi}_1^2, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - z_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2}k_{30}(y_0 - z_3)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_3 - y_{B_1})^2 + \\ & + \frac{1}{2}k_5(y_4 - y_{B_3})^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Учтем ряд связей между координатами и параметрами

$$\phi_1 = \frac{y_3 - y_{B_1}}{l_3}, (l_3 = l_5), c_1 = \frac{1}{l_3}. \quad (16)$$

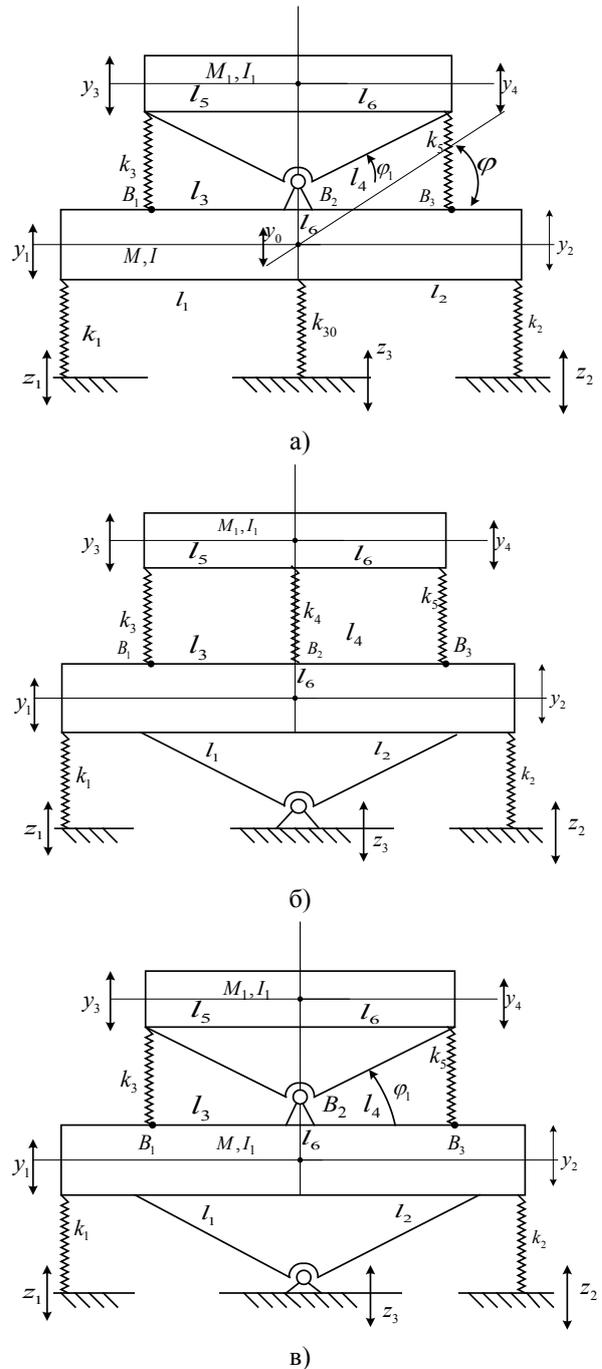


Рис. 3. Расчетная схема для виброзащитной системы с сочленениями:

- а – соответствует сочленению $k_4 \rightarrow \infty$;
- б – соответствует сочленению $k_{30} \rightarrow \infty$;
- в – соответствует сочленениям $k_4 \rightarrow \infty$ и $k_{30} \rightarrow \infty$ одновременно.

Преобразуем (14), (15) с учетом (13), (16) и найдем, что

$$T = \frac{1}{2}M(a\dot{y}_1 + b\dot{y}_2)^2 + Ic^2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \quad (17)$$

$$+ \frac{1}{2}I_1c_1^2[y_3 - a_1\dot{y}_1 - b_1\dot{y}_2]^2,$$

где $b_1 = b - l_3c$, $a_1 = a + l_3c$.

В детализированной форме (17) запишется:

$$T = \frac{1}{2}M(a^2\dot{y}_1^2 + 2ab\dot{y}_1\dot{y}_2 + b^2\dot{y}_2^2) +$$

$$+ \frac{1}{2}Ic^2(\dot{y}_2^2 - 2\dot{y}_1\dot{y}_2 + \dot{y}_1^2) + \quad (18)$$

$$+ \frac{1}{2}I_1c_1^2\left[\dot{y}_3^2 - 2a_1\dot{y}_1\dot{y}_3 + a_1^2\dot{y}_1^2 - \right.$$

$$\left. - 2b_1\dot{y}_2\dot{y}_3 + b_1\dot{y}_2a_1\dot{y}_1 + b_1^2\dot{y}_2^2\right].$$

В свою очередь, потенциальная энергия определится в виде:

$$P = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - z_2)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2}k_{30}(ay_1 + by_2 - z_3)^2 + \quad (19)$$

$$+ \frac{1}{2}k_3[y_3 - ay_1 - by_2 + l_3(y_2 - y_1)c]^2 +$$

$$+ \frac{1}{2}k_5(-\phi_1 \frac{l_6}{l_5} - y_{B1})^2.$$

С учетом детализации (19) получим

$$P = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - z_2)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2}k_{30}(ay_1 + by_2 - z_3)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2}k_3[y_3 - ay_1 - by_2 + l_3(y_2 - y_1)c]^2 +$$

$$+ \frac{1}{2}k_5[-\dot{y}_3l_4c_1 + y_1a_3 + y_2b_3]^2$$

или

$$P = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - z_2)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2}k_{30}(ay_1 + by_2 - z_3)^2 + \quad (20)$$

$$+ \frac{1}{2}k_3(y_3 - a_4y_1 - b_4y_2)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2}k_5[-y_3l_4c_1 + y_1a_3 + y_2b_3]^2,$$

где

$$a_4 = a + cl_3, \quad b_4 = b - l_3c, \quad a_3 = l_4c_1a + l_4c_1c - a + l_4c,$$

$$b_3 = l_4c_1b - l_4c_1c - b - l_4c.$$

Используя (18)-(20) и известные приемы составления уравнений движения [9], можно получить систему дифференциальных уравнений движения системы. В таблице 2 пред-

ставлены коэффициенты уравнений движения в системе координат y_1, y_2, y_3 для случая, приведенного на рис. 3а. Для вывода уравнений используются выражения (17)-(20).

Структурная схема системы (рис. 3а) приведена на рис. 4. Особенностью системы является наличие упруго-инерционных связей, которые объединяют в динамическом взаимодействии три парциальные системы. При определенных условиях связи между парциальными системами могут становиться равными нулю. В частности, если имеется:

связь между парциальными системами y_1, y_2

$$\omega_{21 \text{ дин}}^2 = \frac{k_{30}ab + k_3a_4b_4 + k_5a_3b_3}{Ic^2 - Mab - I_1c_1a_1b_1}; \quad (21)$$

связь между парциальными системами y_2 и y_3

$$\omega_{32 \text{ дин}}^2 = \frac{k_3b_4 + k_3c_1l_4b_3}{I_1c_1^2b_1}; \quad (22)$$

связь между парциальными системами y_1 и y_3

$$\omega_{31 \text{ дин}}^2 = \frac{k_3a_4 + k_5c_1l_4a_3}{I_1c_1^2a_1}. \quad (23)$$

При «обнулении» перекрестных связей система приобретает возможности движения, при котором парциальные системы не влияют друг на друга. Наибольший интерес представляет ситуация, когда выражения (21)-(23) могут оказаться одновременно равными между собой. Используя [7], найдем (при $z_1 = z_2 = z_3$), что

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{(k_1 + k_{30}a)(a_{22}a_{23} - a_{23}^2) + (k_2 + k_{30}b)(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33})}{A}, \quad (24)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}} = \frac{(k_1 + k_{30}a)(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + (k_2 + k_{30}b)(a_{11}a_{33} - a_{12}^2)}{A}, \quad (25)$$

$$W_3(p) = \frac{\bar{y}_3}{\bar{z}} = \frac{(k_1 + k_{30}a)(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}) + (k_2 + k_{30}b)(a_{12}a_{31} - a_{11}a_{32})}{A}, \quad (26)$$

$$\text{где } A = a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}^2 + a_{12}a_{23}a_{31} -$$

$$- a_{33}a_{12}^2 - a_{13}a_{21}a_{32} - a_{22}a_{13}^2 \quad (27)$$

является характеристическим уравнением системы.

Таблица 2

Коэффициенты уравнений системы (рис. 3а) в системе координат y_1, y_2, y_3

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(Ma^2 + Ic^2 + I_1c_1^2a_1^2)p^2 + k_1 + k_{30}a_1^2 + k_5a_3^2$	$(Mab - Ic^2 + I_1c_1a_1b_1)p^2 + k_{30}ab + k_3a_4b_4 + k_5b_3a_3$	$(-I_1c_1^2a_1)p^2 - k_3a_4 - k_5a_3l_4c_1$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$(Mab - Ic^2 + I_1c_1a_1b_1)p^2 + k_{30}ab + k_3a_4b_4 + k_5b_3a_3$	$(Mb^2 + Ic^2 + I_1c_1^2b_1^2)p^2 + k_2 + k_{30}b^2 + k_3b_4^2 + k_5b_3^2$	$(-I_1c_1^2b_1)p^2 - k_3b_4 - k_3l_4c_1b_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$(-I_1c_1^2a_1)p^2 - k_3a_4 - k_5a_3l_4c_1$	$(-I_1c_1^2b_1)p^2 - k_3b_4 - k_3l_4c_1b_3$	$(I_1c_1^2)p^2 + k_5 + k_5(l_4c_1)^2$
Q_1	Q_2	Q_3
$k_1z_1 + k_{30}az_3$	$k_2z_2 + k_{30}bz_3$	0

Примечание: в расчетах приняты следующие обозначения:

$$a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, c = \frac{1}{l_1 + l_2}, c_1 = \frac{1}{l_3}, a_1 = a + l_3c, b_1 = b - l_3c, a_3 = b_4c_1a + l_4c_1c - a + l_4c,$$

$$b_3 = l_4c_1b - l_4c_1c - b - l_4c, a_4 = a + l_3c, b_4 = b - l_3c.$$

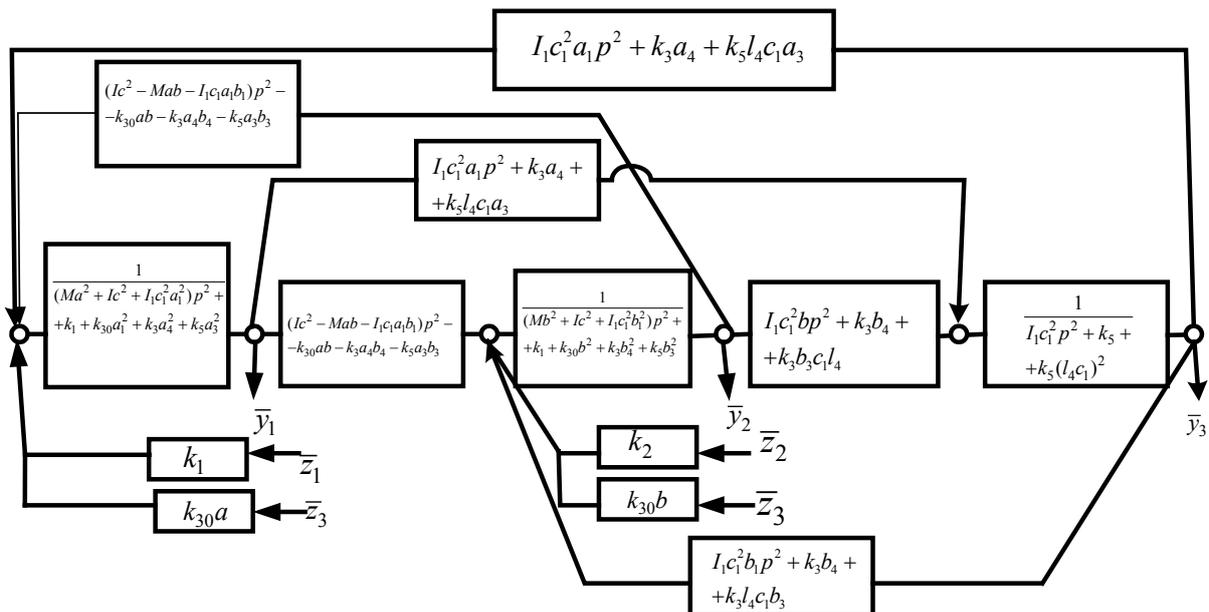


Рис. 4. Структурная схема системы с сочленением по варианту на рис. 3а.

Из выражений (24)-(27) с учетом данных из таблицы 2, можно определить частотные уравнения числителей соответствующих передаточных функций. Все уравнения в силу специфики коэффициентов таблицы 2 будут биквадратными, что позволяет по каждой из координат найти частоты динамического гашения. Такие выражения будут отличаться от

(21)-(23), поскольку последние отражают лишь свойства взаимодействия между парциальными системами, тогда как (24)-(25) связаны с представлениями об отсутствии перемещений по выбранной координате в режиме динамического гашения. В общем случае можно предполагать, что при определенном выборе параметров выполняются условия

$\bar{y}_2 - \bar{y}_1 = 0$, что соответствует некоторой форме самоорганизации движения при вибрациях основания, когда объект защиты совершает колебания синхронно по координатам y_1 и y_2 , а угловые колебания вокруг центра тяжести объекта отсутствуют. Отметим, что все предполагаемые виды движений возможны лишь при очень малых силах сопротивления или их отсутствии. Если от системы координат y_1, y_2, y_3 перейти к системе координат y_1, ϕ и y_3 , то при одновременном выполнении условий $\bar{y}_0 = 0, \bar{\phi} = 0$, можно ожидать специфического режима динамического гашения колебаний, при котором объект защиты, как плоское твердое тело будет находиться в неподвижном состоянии. Такой режим динамического гашения можно отнести к специфичным формам самоорганизации движения. Особенности таких режимов рассмотрены в [10].

Особенности сочленений

Введение сочленений приводит к уменьшению общего числа степеней свободы по отношению к исходной системе (рис. 1); вместе с тем, в виброзащитной системе могут появляться специфичные режимы динамического взаимодействия её массоинерционных элементов. Рассмотрим вариант сочленений по схеме на рис. 3в. Запишем выражения для кинетической энергии:

$$T = \frac{1}{2} I \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\phi}_1^2. \quad (28)$$

Введем ряд соотношений

$$\phi_1 = \frac{y_3 - y_{B_1}}{l_3}; \quad y_{B_1} = y_3 - l_3 \phi_1; \quad \frac{y_1 + z_3}{l_1} = \phi, \quad (29)$$

$$\phi = \frac{[(y_3 + z_3) - y_{B_1}]}{l_3}.$$

Выражение для потенциальной энергии системы имеет вид

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - z_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_3 - y_{B_1})^2 + \frac{1}{2} k_4 (y_4 - y_{B_3})^2. \quad (30)$$

Преобразуем (28) с учетом (23), (29)

$$T = \frac{1}{2} I \left(\frac{\dot{y}_1 + \dot{z}_3}{l_1} \right)^2 + \frac{1}{2} I_1 \left(\frac{\dot{y}_3 - \dot{y}_{B_1}}{l_3} \right)^2 \quad (31)$$

где $y_{B_1} = \phi l_3 = \frac{y_1 + z_3}{l_1} l_3$, тогда

$$T = \frac{1}{2} I c^2 (\dot{y}_1 + \dot{z}_3)^2 + \frac{1}{2} I_1 c_1^2 \left(\dot{y}_3 - \frac{l_3}{l_1} (\dot{y}_1 + \dot{z}_3) \right)^2$$

при этом $c = \frac{1}{l_1}$, $c_1 = \frac{1}{l_3}$.

Запишем (31) в развернутом виде

$$T = \frac{1}{2} I c^2 (\dot{y}_1^2 + 2\dot{y}_1 \dot{z}_3 + \dot{z}_3^2) + \frac{1}{2} I_1 c_1^2 (\dot{y}_3 - a\dot{y}_1 - b\dot{z}_3)^2 \quad (32)$$

и сделаем ряд промежуточных выкладок, учитывая $a = \frac{l_3}{l_1}$, $a = b$, $y_{B_1} = l_3 \phi = \frac{l_3}{l_1} (y_1 + z_3)$.

Преобразуем выражение (30) к виду:

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 \left[-\frac{l_2}{l_1} (y_1 + z_3) - z^2 \right]^2 + \frac{1}{2} k_3 \left[y_3 - \frac{l_3}{l_1} (y_1 + z_3) \right]^2 + \frac{1}{2} k_4 \left[-\frac{l_4}{l_3} (y_3 + z_3) - \frac{l_3}{l_1} (y_1 + z_3) - y_{B_3} \right]^2. \quad (33)$$

Примем, что $y_{B_3} = l_4 \phi = -\frac{l_4}{l_1} (y_1 + z_3)$;

$$a_2 = \frac{l_4}{l_1}, \quad a = \frac{l_3}{l_1}, \quad b_1 = \frac{l_4}{l_3}, \quad a_1 = \frac{l_2}{l_1}.$$

Тогда выражение (33) можно записать

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 \left[-a_1 (y_1 + z_3) - z^2 \right]^2 + \frac{1}{2} k_3 \left[y_3 - a (y_1 + z_3) \right]^2 + \frac{1}{2} k_4 \left[-b_1 [(y_3 + z_3) - a (y_1 + z_3)] + a_2 (y_1 + z_3) \right]^2. \quad (34)$$

Представим (34) в виде

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (-a_1 y_1 - a_1 z_3 - z_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_3 - a y_1 - a z_3)^2 + \frac{1}{2} k_4 [y(-b_1) - z_3(b_1 + a - a_2) + y_1(-a + a_2)]^2. \quad (35)$$

Пусть $b_1 + a - a_2 = a_3$, $b_3 = -a + a_2$, тогда (37) преобразуется:

$$\begin{aligned} P = & \frac{1}{2}k_1(y_1 + z_3 - z_1) + \\ & + \frac{1}{2}k_2(-a_1y_1 - a_1z_3 - z_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2}k_3(y_3 - ay_1 - az_3)^2 + \\ & + \frac{1}{2}k_4[(-b_1y_3 - a_3z_3) + y_1b_3]^2. \end{aligned} \quad (36)$$

С учетом (26), (32), (33), (36) уравнения движения можно представить в виде

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1(Ic^2 + I_1c_1^2a^2) + y_3(-I_1c_1^2a) + \\ + \ddot{z}_3(-Ic^2 + I_1c_1^2b) + k_1y_1 + k_2a_1^2y_1 + \\ + k_3a^2y_1 + k_4b_3^2y_1 + y_3(-k_3a_4 - \\ - k_4b_3b_1 + k_1z_3 - k_1z_1 - k_2a_1z_2 - \\ - k_2a_1z_3 + k_3az_3 - k_4a_3b_3z) = 0; \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1(-I_1c_1^2a) + \ddot{y}_3(I_1c_1^2) - I_1c_1^2a\ddot{z}_3 + \\ + y_1(-k_3a - k_4b_1b_3) + y_3(k_3 + k_4b_1^2) + \\ + z_3(-k_3a + k_4a_3) = 0. \end{aligned} \quad (38)$$

Коэффициенты уравнений (37), (38) приведены в таблице 3.

Структурная схема системы по рис. 3в представляет собой эквивалентную в динамическом отношении систему автоматического управления с двумя степенями свободы и имеет вид как показано на рис. 5.

Парциальные системы y_1, y_3 в структурной схеме на рис. 5 имеют инерционно-упругую связь. При определенной частоте

поперекрестная связь может зануляться. При этом

$$\omega^2_1 = \frac{k_3a + k_4b_1b_3}{I_1c^2_1a}. \quad (39)$$

В этом случае движения парциальных систем (при отсутствии сил трения) будут независимыми.

Детализация представлений

При $z_3 = z_2 = z_1 = z$ по координате y_1 можно получить, что $y_1 = \frac{Q_1a_{22} - Q_2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{21}^2}$, где a_{11}, a_{21}, a_{22} – коэффициенты из табл. 3.

Запишем обобщенные силы в виде:

$$\begin{aligned} Q_1 = & [(Ic^2 - I_1c_1^2b)p^2 + 2k_2a_1 - k_3a + k_4b_3a_3] \\ Q_2 = & I_1c_1^2ap^2 + k_3a - k_4a_3, \end{aligned} \quad (40)$$

Тогда передаточная функция системы с учетом (39), (40) по y_1 определится

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{z} = \frac{-Q_2(-I_1c_1ap^2 - k_3a - k_4b_3b_1)}{a_{11}(I_1c_1^2p^2 + k_3 + k_4b_1^2) - (I_1c_1^2ap^2 + k_3a + k_4b_3b_1)^2}. \quad (41)$$

Раскроем числитель этого выражения, полагая, что

$$\begin{aligned} R_0 = & [(Ic^2 - I_1c_1^2b)p^2 + 2k_2a_1 - k_3a + k_4a_3b_3] \times \\ & \times (I_1c_1^2p^2 + k_3 + k_4b_1^2) - (I_1c_1^2ap^2 + k_3a - k_4a_2) \times \\ & \times (-I_1c_1^2ap^2 + k_3a - k_4b_3b_1) \end{aligned} \quad (42)$$

является числителем (34).

Таблица 3

Коэффициенты уравнений (37), (38) в координатах y, y_3

a_{11}	a_{12}
$(Ic^2 + I_1c_1^2a^2)p^2 + k_1 + k_2a_1^2 + k_3a^2 + k_4b_3^2$	$(-I_1c_1^2a)p^2 - k_3a - k_4a - k_4b_3b_1$
a_{21}	a_{22}
$(-I_1c_1^2a)p^2 - k_3a - k_3a - k_4b_3b_1$	$I_1c_1^2p^2 + k_3 + k_4b_1^2$
Q_1	Q_2
$(Ic^2 + I_1c_1^2b)p^2z_3 - k_1z_3 + k_1z_1 + k_2a_1(z_2 + z_3) - k_3az_3 + k_4a_3b_3z_3$	$I_1c_1^2ap^2z_3 + k_3az_3 - k_4a_3z_3$

Примечание: в расчетах приняты обозначения:

$$c = \frac{1}{l_1}, c_1 = \frac{1}{l_3}, a = \frac{l_3}{l_1}, a = b, a_1 = \frac{l_2}{l_1}, b_1 = \frac{l_4}{l_3}, a_2 = \frac{l_4}{l_2}, b_3 = -a + a_2, a_3 = b_1 + a - a_2.$$

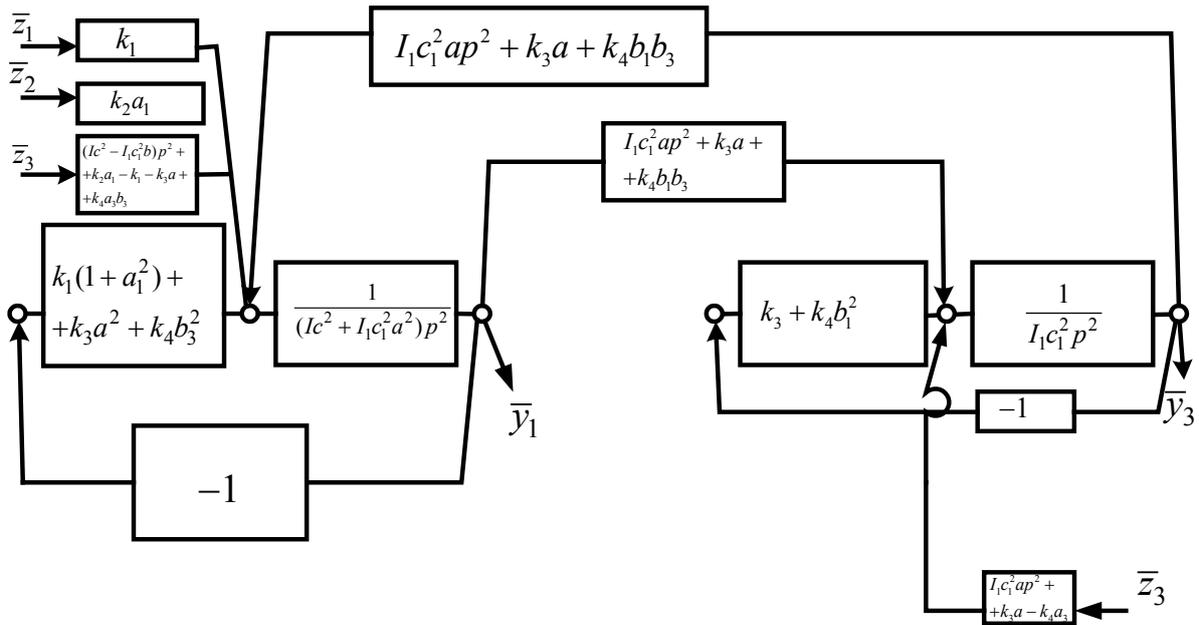


Рис. 5. Структурная схема системы в координатах y_1, y_3 по рис. 3в.

Примем, что

$$\begin{aligned} r_1 &= 2k_2a_1 - k_3a + k_3a_3b_3 \\ r_2 &= k_3 + k_4b_1^2 \\ r_3 &= k_3a - k_4a_2, \\ r_4 &= -k_3a + k_4b_3b_1 \end{aligned} \quad (43)$$

и преобразуем к виду:

$$R_0 = [(Ic^2 - I_1c_1^2b)p^2 + r_1](I_1c_1^2p^2 + r_2) + (I_1c_1^2ap^2 + r_3)(I_1c_1^2a + r_4)$$

$$R_0 = (Ic^2 - I_1c_1^2b)I_1c_1^2p^4 - p^2[r_1I_1c_1^2 + r_2(Ic^2 - I_1c_1^2b)] + r_1r_2 + p^4(I_1c_1^2a)^2 + p^2(I_1c_1^2ar_3 + r_4I_1c_1^2a) + r_3r_4$$

или окончательно

$$R_0 = p^4[(Ic^2 - I_1c_1^2b)I_1c_1^2 + (I_1c_1^2a)^2] + p^2\left[r_1I_1c_1^2 + r_2(Ic^2 - I_1c_1^2b) + I_1c_1^2ar_3 + r_4I_1c_1^2a\right] + r_1r_2 + r_3r_4. \quad (44)$$

В общем случае в системе с учетом (41)-(44) имеется два режима динамического гашения, что определяет характерные признаки амплитудно-частотных характеристик. Частотное уравнение знаменателя передаточной функции или характеристическое уравнение системы имеет вид:

$$\begin{aligned} &[(Ic^2 + I_1c_1^2a^2)p^2 + k_1 + k_1a_1^2 + k_3a^2 + k_4b_3^2] \times \\ &\times [I_1c_1^2p^2 + k_3 + k_4b_1^2] - \\ &- [I_1c_1^2ap^2 + k_3a + k_4b_3b_1]^2 = 0. \end{aligned} \quad (45)$$

Примем в (45), что

$$\begin{aligned} m_1 &= k_1 + k_2a_1^2 + k_3a^2 + k_4b_3^2, \\ m_2 &= k_3 + k_4b_1^2, \quad m_3 = k_3a + k_4b_3b_1, \end{aligned}$$

тогда уравнение (45) преобразуется

$$\begin{aligned} &(Ic^2 + I_1c_1^2a^2)I_1c_1^2p^4 + \\ &+ p^2[m_1I_1c_1^2 + m_2(Ic^2 + I_1c_1^2a^2)] + m_1m_2 - \\ &- (I_1c_1^2a)^2p^4 - 2I_1c_1^2am_3p^2 - m_3^2 = 0. \end{aligned} \quad (46)$$

После упрощения (46) получим

$$p^4[I_1c_1^2c_1^2] + p^2[I_1c_1^2m_1 + m_2Ic^2 + m_2I_1c_1^2a^2 - 2I_1c_1^2am_3] + m_1m_2 - m_3^2 = 0. \quad (47)$$

$$R_1 = (k_1 + k_2a_1^2 + k_4b_3^2)(k_3 + k_4b_1^2) - (k_3a + k_4b_3b_1)^2.$$

Используем соотношения:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{l_3}{l_1}, \quad b_1 = \frac{l_4}{l_3}, \quad b_3 = -a + a_2, \\ a_2 &= \frac{l_4}{l_2}, \quad i = \frac{l_2}{l_1}, \quad i_1 = \frac{l_4}{l_3}, \end{aligned}$$

тогда уравнение (42) примет вид

$$\begin{aligned} R_1 &= \left[k_1 + k_3i^2 + k_3\frac{l_3^2}{l_1^2} + k_4\left(\frac{l_4l_1 - l_2l_3}{l_1l_2}\right)^2 \right] \times \\ &\times (k_3 + k_4i_1^2) - \left[k_3\frac{l_3}{l_1} + k_4\frac{l_4}{l_3}\left(\frac{l_4l_1 - l_2l_3}{l_1l_2}\right) \right]^2. \end{aligned} \quad (48)$$

Если принять, что $l_4l_1 - l_2l_3 = 0$, то

$\frac{l_4}{l_3} = \frac{l_2}{l_1}$, то есть $i = i_1$, тогда (48) упрощается

$$R_1 = (k_1 + k_2 i^2) k_3 + k_1 k_4 i^2 + k_3 k_4 \left(i^4 - i^2 \left(\frac{l_3}{l_1} \right)^2 \right). \quad (49)$$

Знак свободного члена частотного уравнения знаменателя передаточной функции (49) также как в (28) определяет свойства устойчивости системы. Если $R_1 = 0$, то система может совершать циклическое движение, что препятствует ее использованию в качестве виброзащитной системы. При $R_1 < 0$ характеристическое уравнение свидетельствует о неустойчивости системы. При $R_1 > 0$ система, в общем случае, имеет две частоты собственных колебаний. В целом, система при $p \rightarrow 0$ имеет значение амплитудно-частотной характеристики (АЧХ):

$$W_1(p) = \frac{r_1 r_2 + r_3 r_4}{m_1 m_2 - m_3^2} = (k_1 + k_2 a_1^2 + k_3 a^2 + k_4 b_3^2)(k_3 + k_4 b_1^2) - (k_3 a + k_4 b_3 b_1)^2. \quad (50)$$

При высоких частотах

$$W_1(p) = \frac{(Ic^2 - I_1 c_1^2 b) I_1 c_1^2}{(Ic^2 + I_1 c_1^2 a^2) I_1 c_1^2 - (I_1 c_1^2 a)^2} = \frac{Ic^2 - I_1 c_1^2 b}{Ic^2}. \quad (51)$$

Очевидно, что выражение (51) меньше единицы. На рис. 6 а, б представлено семейство амплитудно-частотных характеристик системы при $z_1 = z_2 = z$ и параметрах:

$$\begin{aligned} M &= 100 \text{ кг}, I = 50 \text{ кг} / \text{м}^2, I_1 = 0 - 50 \text{ кг} / \text{м}^2 \text{ (шаг 5)}, \\ M_1 &= 0 - 150 \text{ кг (шаг 5)}, l_1 = 0,7 \text{ м}, l_2 = 0,5 \text{ м}, \\ l_3 &= 0,4 \text{ м}, l_4 = 0,3 \text{ м}, l_5 = 0,3 \text{ м}, l_6 = 0,4 \text{ м}, \\ k_1 &= 100 \text{ Н} / \text{м}, k_{30} = 1200 \text{ Н} / \text{м}, \\ k_2 &= 1500 \text{ Н} / \text{м}, k_3 = 200 \text{ Н} / \text{м}, \\ k_4 &= 300 \text{ Н} / \text{м}, k_5 = 400 \text{ Н} / \text{м}. \end{aligned}$$

Как следует из модельного примера выбор параметров системы может существенно изменять вид амплитудно-частотных характе-

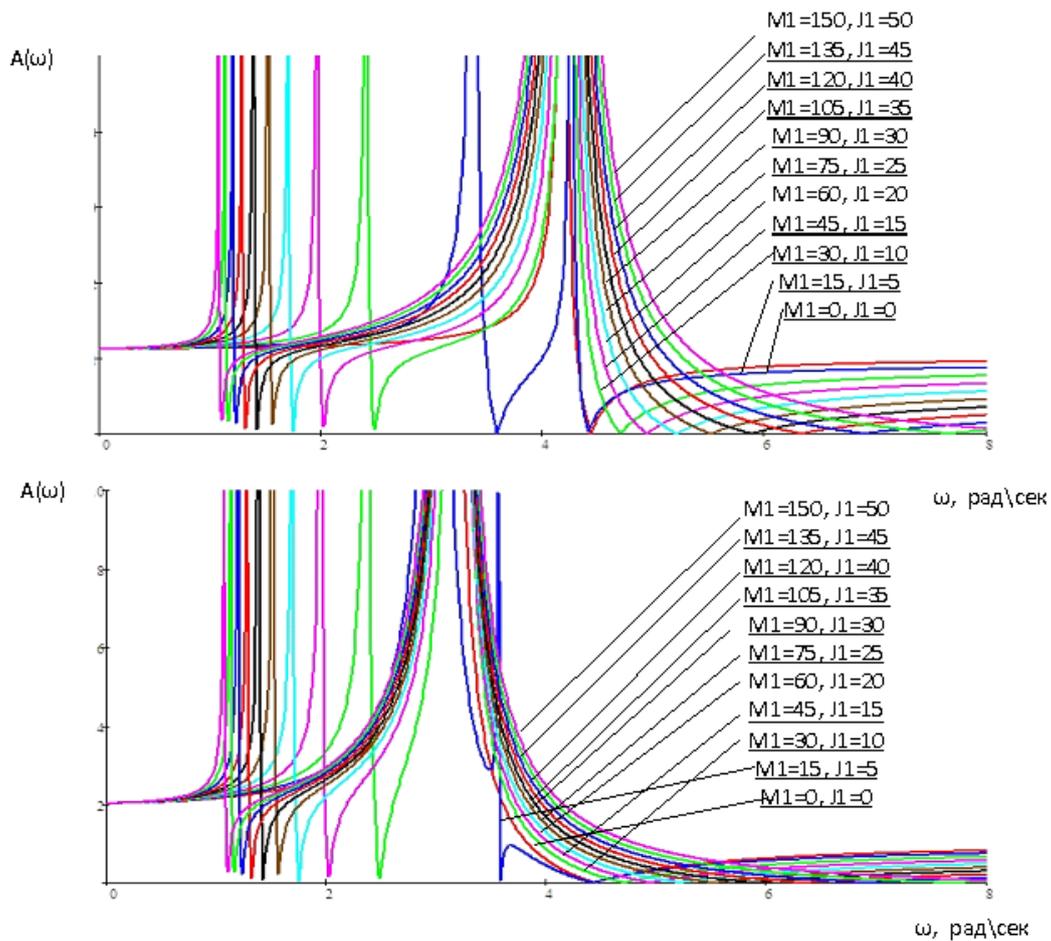
ристик. Большое значение имеет очередность расположения режимов динамического гашения между частотами собственных колебаний.

На рис. 7 приведены различные формы амплитудно-частотных характеристик, которые допускаются варьированием значений основных параметров. Особенностью рассматриваемой системы является возможность получения совместных или консолидированных режимов динамического гашения: $y_1 - y_2 = 0$, а также $y_0 = 0, \phi = 0$ для расчетных схем с тремя степенями свободы. В этом случае динамический гаситель в виде твердого тела, имеющего сочленение с объектом защиты, обладает возможностями реализации нескольких видов динамического гашения колебаний в зависимости от особенностей внешнего возмущения.

При изменении величины массы и момента инерции динамического гасителя происходит сдвиг частот собственных колебаний (первая частота собственных колебаний) в сторону меньших значений. Для системы характерно наличие двух частот динамического гашения. Первая частота динамического гашения находится между двумя частотами собственных колебаний, вторая частота динамического гашения находится за пределами второй (более высокой) частоты собственных колебаний. При дальнейшем увеличении частоты внешнего воздействия частота запирается.

Изменение параметров системы обладает потенциалом широкого изменения динамических свойств. При уменьшении жесткости пружин крепления динамического гасителя k_3, k_4 амплитудно-частотные характеристики принимают вид, соответствующий иному расположению частот динамического гашения.

a)



б)

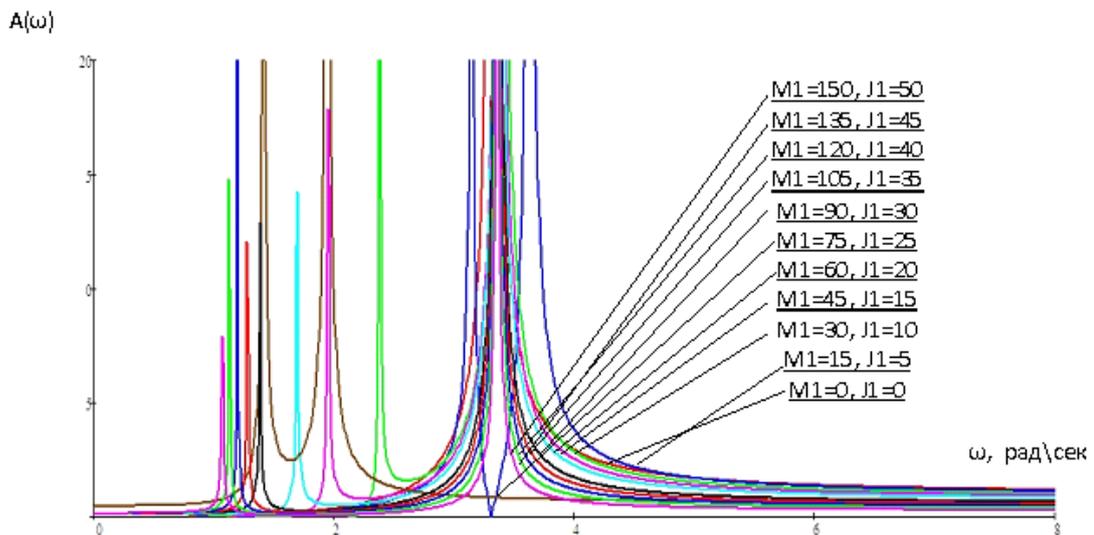


Рис. 6. Амплитудно-частотные характеристики системы:

- а) частоты динамического гашения располагаются между резонансными частотами;
 б) случай нарушения очередности расположения частот динамического гашения.

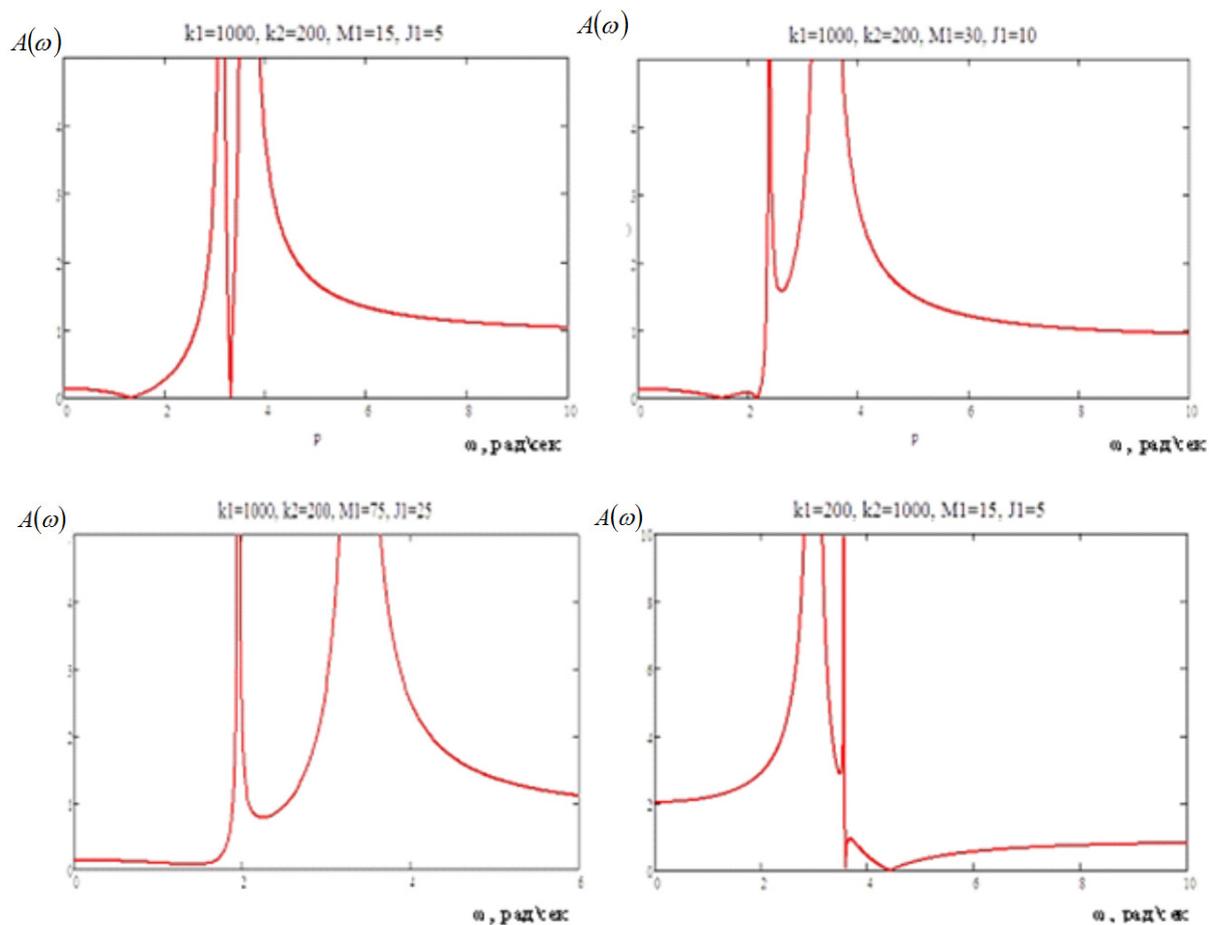


Рис. 7. Виды амплитудно-частотных характеристик системы при различных соотношениях параметров (значения параметров приведены на поле рисунка).

Заключение

Динамический гаситель колебаний, закрепляемый на объекте защиты с помощью шарнира, называемый Г-образным, может быть получен из механической колебательной системы общего вида. Такая исходная система имеет четыре степени свободы и содержит упругие и массоинерционные элементы, движение которых может быть описано в нескольких системах координат. Используя подходы, основанные на выборе относительных координат движения точек, в дальнейшем составляющих кинематическую пару, можно упростить исходную систему и получить, в частности, математическую модель системы с двумя степенями свободы. Обобщенный подход к построению математических моделей с динамическими гасителями

колебаний позволяет найти условия реализации ряда специфичных режимов, в которых объект защиты может изменять свое динамическое состояние в нужном направлении, что может быть обеспечено соответствующим выбором изменяемых параметров системы.

Литература

1. Ли Мин. Демпфирование резонансных колебаний гироскопических систем активным динамическим гасителем // автореферат дис. ... канд. техн. наук – Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2008. – 16 с.
2. Елисеев С.В., Трофимов А.Н., Большаков Р.С., Савченко А.А. Концепция обратной связи в динамике механических систем и динамическое гашение колебаний // Наука и образование: электронное научно-

техническое издание, №5, 2012. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/378353.html> (дата обращения: 10.05.2012).

3. Гуськов А.М., Пановко Г.Я., Чан-Ван-Бинь. Динамика автопараметрического гасителя колебаний (ч. 1) // Наука в образовании: электронное научно-техническое издание, 2008, № 2. (<http://technomag.edu.ru/doc/80815.html>).

4. Хоменко А.П., Елисеев С.В. Динамическая балансировка вращающихся валов как форма динамического гашения колебаний механических систем // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование, №3(35), 2012. – С. 8-17.

5. Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Dynamics of mechanical systems with additional ties – Irkutsk: Irkutsk State University of Railway Engineering, 2006. – P. 316.

6. Елисеев С.В., Белокобыльский С.В. Обобщенные подходы к построению математических моделей механических систем с Г-образными динамическими гасителями колебаний // Системы. Методы. Технологии, 2011, № 9. – С. 9-23.

7. Дружинский И.А. Механические цепи. – М.: Машиностроение. 1977. – 224 с.

8. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1968. – 549 с.

9. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. Т.2. Динамика. – М.: Наука, 1980. – 640 с.

10. Елисеев С.В., Упырь Р.Ю. Особенности динамики трехмассовых виброзащитных систем. Формы самоорганизации движения // Вестник ИрГТУ. Иркутск, 2009, № 40. – С. 62-67.

References

1. Lee Min. Damping of resonance oscillations of gyroscopic systems active dynamic ab-

sorber // Abstract dis. candidate. tehn. science – Moscow: MGTU, 2008. – 16 p.

2. Eliseev S.V., Trofimov A.N., Bolshakov R.S., Savchenko A.A. The concept of feedback in the dynamics of mechanical systems and the dynamic vibration damping // Science and education, № 5, 2012. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/378353.html>.

3. Guskov A.M., Panovko G.Y., Chan-Van-Binh. Dynamics auto parametric oscillation damper (Part 1) // Science and Education, № 2, 2008. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/80815.html>.

4. Khomenko, A.P., Eliseev S.V. Dynamic balancing of rotating shafts as a form of dynamic damping of mechanical systems // Modern technology. System analysis. Modeling, № 3 (35), 2012. – P. 8-17.

5. Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Dynamics of mechanical systems with additional ties – Irkutsk: Irkutsk State University of Railway Engineering, 2006. – P. 316.

6. Eliseev S.V., Belokobylskiy S.V. Generalized approaches to the construction of mathematical models of mechanical systems with L-shaped dynamic damper // System. Methods. Technology, 2011, № 9. – P. 9-23.

7. Druzhinsky I.A. Mechanical chain. – Moscow: Mashinostroyenie. 1977. – 224 p.

8. Babakov I.M. Theory of oscillations. – Moscow: Nauka, 1968. – 549 p.

9. Loitsyanskiy L.G., Lurie A.I. The course of theoretical mechanics. Vol.2. Dynamics. – Moscow: Nauka, 1980. – 640 p.

10. Eliseev S.V., Upir R.Y. Features of the dynamics of three-mass vibration isolation systems. The forms of self-organization of the movement // Bulletin IrGTU. Irkutsk, 2009, № 40. – P. 62-67.

Статья поступила в редакцию 12 декабря 2012 г.

Хоменко Андрей Павлович – доктор технических наук, ректор Иркутского государственного университета путей сообщения. E-mail: 190567@mail.ru

Елисеев Сергей Викторович – доктор технических наук, директор НИИ современных технологий, системного анализа и моделирования, Иркутский государственный университет путей сообщения. E-mail.: eliseev_s@inbox.ru

Артюнин Анатолий Иванович – доктор технических наук, профессор, первый проректор Иркутского государственного университета путей сообщения. E-mail: artyunin_ai@irgups.ru

Khomenko Andrey Pavlovich – Professor, Irkutsk State University of Railway Transport. E-mail: 190567@mail.ru

Eliseev Sergey Viktorovich – Professor, Irkutsk State University of Railway Transport. E-mail: eliseev_s@inbox.ru

Artyunin Anatoliy Ivanovich – Professor, Irkutsk State University of Railway Transport. E-mail: artyunin_ai@irgups.ru