

УДК 621:534.883:888.0

Некоторые вопросы динамики взаимодействия в механических системах с рычажными связями

Елисеев С.В., Артюнин А.И., Большаков Р.С.

Рассматриваются новые подходы в формировании математических моделей механических колебательных систем. Показано, что обычная математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений может быть представлена в виде структурной схемы эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления. Преобразование моделей позволяет сделать открытыми для анализа особенности динамических взаимодействий между парциальными системами и типовыми элементарными звеньями. Предлагаются алгоритмы преобразования структурных схем, позволяющие обеспечить учет рычажных связей, возникающих при введении в структуру колебательных систем твердых тел, имеющих в плоском движении центр вращения. Показано также, что при выделении объекта защиты в колебательной системе, оставшаяся часть системы может быть свернута в некоторый структурный «компакт», обладающий свойствами обобщенной пружины или динамической жесткостью.

Ключевые слова: рычажные связи в динамических системах, структурные интерпретации механических систем, обобщенные задачи виброзащиты и виброизоляции.

Введение

Рычажные механизмы в составе механических колебательных систем обладают особенностями, которые проявляются в изменениях динамических свойств по отношению к системам обычного вида. Ряд вопросов рассмотрен в работах [1,2] в связи с учетом типа рычажных механизмов и их инерционно-упругих свойств. Отметим, что рычажные механизмы в структуре механической системы влияют на условия формирования соотношений между координатами движения элементов системы, а также на формы упру-

гих связей [3]. В частности малоизученной представляется задача составления математических моделей систем с рычажными связями в различных координатах, что характерно для систем, включающих в свой состав звенья в виде твердого тела.

Рассмотрим механическую систему с двумя степенями свободы (рисунок 1а, б), в составе которой используются рычаги 1-ого рода (рисунок 1а) и связка рычагов через зубчатое зацепление (рисунок 1б). Введение рычажных связей в механические цепи приводит к определенным сложностям в использовании

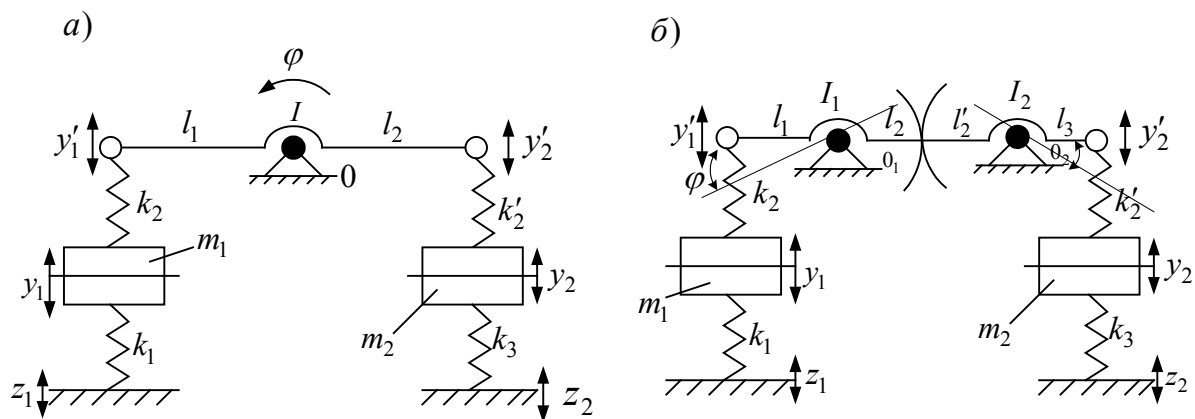


Рис.1. Расчетные схемы механических колебательных систем:

а) с рычагом 1-ого рода; б) – с зубчатой передачей движения между звеньями.

аппарата теории цепей, что обсуждалось в работах [4-6], однако, в этих исследованиях нашли отражение лишь отдельные аспекты проблемы. Большой интерес представляет сравнительный анализ систем с рычагами в их сопоставлении с известными схемными решениями в виде цепочки из двух тел и твердого тела на упругих опорах.

На рисунке 1а система состоит из двух элементов массами m_1 и m_2 , которые взаимодействуют через рычаг 1-ого рода. Рычаг имеет центр вращения в виде неподвижной точки O и плечи соответственно: l_1 и l_2 . Внешнее возмущение представлено движением основания $z_1(t)$ и $z_2(t)$ гармонического вида; жесткости пружин обозначены соответственно k_1 , k_2 , k'_2 , k_3 . Для вывода уравнений движения примем, что рычаг обладает моментом инерции I относительно точки вращения: примем также, что передаточное отношение $i_l = l_2/l_1$; учтем также, что передаточное отношение характеризует в данном случае изменение направления скорости движения по концам рычага. При рассмотрении движения свойства системы предполагаются линейными, трение отсутствует, а движения элементов системы – малыми.

Задача моделирования заключается в разработке способа построения математических моделей и оценке динамических свойств систем при наличии динамических связей между парциальными системами.

Математические модели и их особенности

Для построения математической модели системы (рисунок 1а) введем систему координат y_1 и y_2 (относительно неподвижной базы), а также угол поворота рычага с моментом инерции I вокруг точки O в виде φ . Тогда выражения для кинетической и потенциальной энергий системы примут вид:

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}I\dot{\varphi}^2, \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y'_1 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k'_2(y'_2 - y_2)^2 + \frac{1}{2}k_3y_2^2, \quad (2)$$

где y'_1 , y'_2 - координаты концов рычага: $y'_1 = l_1\varphi$, $y'_2 = l_2\varphi$ в соответствии с рисунком 1а; $z_2(t) = 0$. Отметим, что между y'_1 и y'_2 имеется соотношение $y'_1/l_1 = y'_2/l_2$, откуда следует, что $y'_2 = iy'_1$ ($i = -l_2/l_1$). Перепишем (1), (2) с условием связи координат:

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{\dot{y}'_1}{l_1}\right)^2, \quad (3)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y'_1 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k'_2(iy'_1 - y_2)^2 + \frac{1}{2}k_3y_2^2. \quad (4)$$

После ряда преобразований получим систему уравнений движения:

$$m_1\ddot{y}_1 + y_1(k_1 + k_2) - k_2y'_1 = k_1z_1, \quad (5)$$

$$m_2\ddot{y}_2 + y_2(k_3 + k'_2) - k'_2iy'_1 = 0, \quad (6)$$

$$(I/l_1^2)\ddot{y}'_1 + y'_1(k_2 + k'_2i^2) - k_2y_1 - k'_2iy_2 = 0. \quad (7)$$

Коэффициенты системы уравнений движения (5)-(7) представлены в таблице 1. Они отражают необходимые связи, определяемые дифференциальными уравнениями движения.

Таблица 1. Коэффициенты уравнений движения (5)-(7)

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$m_1p^2 + k_1 + k_2$	0	$-k_2$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
0	$m_1p^2 + k'_2 + k_3$	$-k'_2i$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_2$	$-k'_2i$	$(I/l_1^2)p^2 + k_2 + k'_2i^2$
Q_1	Q_2	Q_3
k_1z_1	0	0

Примечание: $Q_1 - Q_3$ – обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам.

Используя (7) при $I = 0$, найдем, что $y_1'(k_2 + k_2'i^2) - k_2y_1 - k_2iy_2 = 0$, откуда

$$y_1' = \frac{k_2y_1 + k_2iy_2}{k_2 + k_2'i^2} = ay_1 + by_2, \quad (8)$$

где

$$a = \frac{k_2}{k_2 + k_2'i^2}; \quad b = \frac{k_2i}{k_2 + k_2'i^2}. \quad (9)$$

Произведем преобразования уравнений (5), (6) и получим:

$$m_1\ddot{y}_1 + y_1(k_1 + k_2) - k_2(ay_1 + by_2) = k_1z_1, \quad (10)$$

$$m_2\ddot{y}_2 + y_2(k_2' + k_3) - k_2'i(ay_1 + by_2) = 0. \quad (11)$$

После приведения к унифицированной форме получим таблицу 2 коэффициентов уравнений (10), (11), в которых исключена координата движения y_1' с использованием (8).

Таблица 2. Коэффициенты уравнений движения системы в координатах y_1 и y_2

a_{11}	a_{12}
$m_1p^2 + k_1 + k_2 - k_2a$	$-k_2b$
a_{21}	a_{22}
$-k_2'ia$	$m_2p^2 + k_2' + k_3 - k_2'ib$
Q_1	Q_2
k_1z_1	

Проверим соотношение между коэффициентами a_{21} и a_{12} :

$$-k_2b = a_{12} = -\frac{k_2k_2'i}{k_2 + k_2'i^2} = \frac{-k_2k_2'i}{k_2 + k_2'i^2}, \quad (12)$$

$$-k_2'ia = a_{21} = -\frac{k_2k_2'i}{k_2 + k_2'i^2}. \quad (13)$$

Таким образом, из (12), (13) следует, что симметрия матрицы коэффициентов уравнений (таблица 2) сохраняется. Структурная схема системы при $I = 0$ имеет вид, как показано на рисунке 2.

Раскроем выражения для приведенной жесткости:

$$k_{np1} = k_1 + k_2 - k_2a = k_1 + \frac{k_2k_2'i^2}{k_2 + k_2'i^2}. \quad (14)$$

В свою очередь:

$$k_{np2} = k_3 + k_2' - k_2'ib = k_3 + \frac{k_2k_2'}{k_2 + k_2'i^2}. \quad (15)$$

Если $I \neq 0$, то структурная схема системы примет вид, как показано на рисунке 3. с учетом (15), (16).

Особенность системы заключается в том, что в ней отсутствуют связи между парциальными системами по координатам y_1 и y_2 . Принимая, что $k_1z_1 = Q_1$, можно найти передаточную функцию системы:

$$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{Q} = \frac{(I/l_1^2)p^2 + k_2 + k_2'i^2}{A} \frac{(m_2p^2 + k_2' + k_3) - (k_2'i)^2}{A}, \quad (16)$$

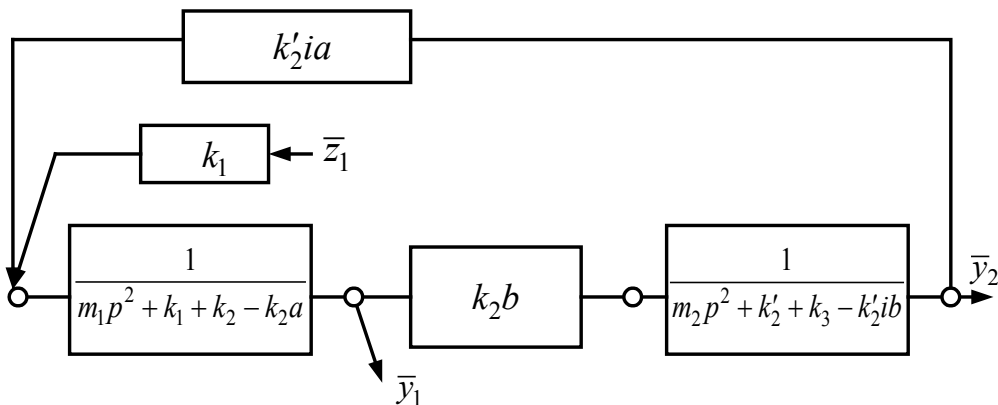


Рис. 2. Структурная схема механической системы с рычажными связями при $I = 0$.

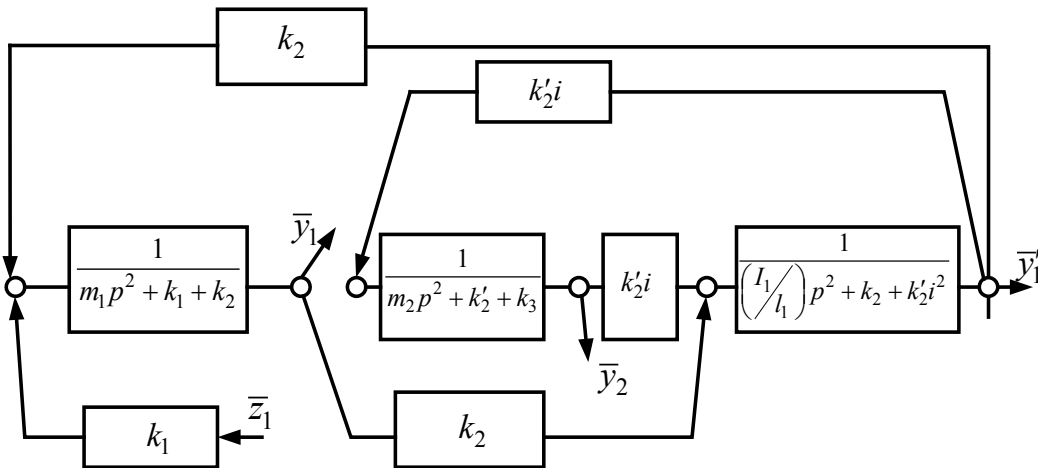


Рис. 3. Структурная схема системы по рис. 1а с инерционным рычагом.

где A – характеристическое уравнение:

$$A = (m_1 p^2 + k_1 + k_2) \cdot \left(\frac{I}{l_1^2} p^2 + k_2 + k_2' i^2 \right) \cdot (m_2 p^2 + k_2' + k_3) - (k_2' i)^2 (m_1 p^2 + k_1 + k_2) - k_2^2 (m_2 p^2 + k_2' + k_3). \quad (17)$$

Приведенные жесткости системы

Из (16) следует, что приведенная упругость, то есть жесткость упругого компакта в системе на рисунке 1 при приложении статической силы Q к элементу с массой m_1 , определится выражением

$$k_{np} = \frac{i^2 k_2 k_2' k_3}{k_2' k_2 + k_3 k_2 + k_2' k_3 i^2}. \quad (18)$$

Аналогичное выражение, используя (17), (18), можно получить непосредственно из расчетной схемы на рисунке 1, полагая $I = 0, m_2 = 0$, тогда

$$k_{np} = \frac{\left(\frac{k_2' k_3}{k_2' + k_3} \right) i^2 k_2}{\left(\frac{k_2' k_3}{k_2' + k_3} \right) i^2 + k_2} = \frac{i^2 k_2 k_2' k_3}{k_2 k_2' + k_2 k_3 + k_2' k_3 i^2}. \quad (19)$$

Алгоритм получения (19) заключается в выделении двух каскадов из последовательно соединенных упругих элементов и учета свойств рычажного соединения.

Для получения выражения (18), если использовать (16), (17), необходимо также принять $p = 0$ в парциальных системах $m_2 p^2 + k_2' + k_3$ и $\frac{I}{l_1^2} p^2 + k_2 + k_2' i^2$, затем

привести систему к виду $m_1 p^2 + k_1 + k_{np}$. На рисунке 4 показано, что с учетом преобразований, компакт (квазипружина) из упругих элементов в случае действия статической нагрузки, в рамках расчетной схеме на рисунке 4 занимает место обычного упругого элемента.

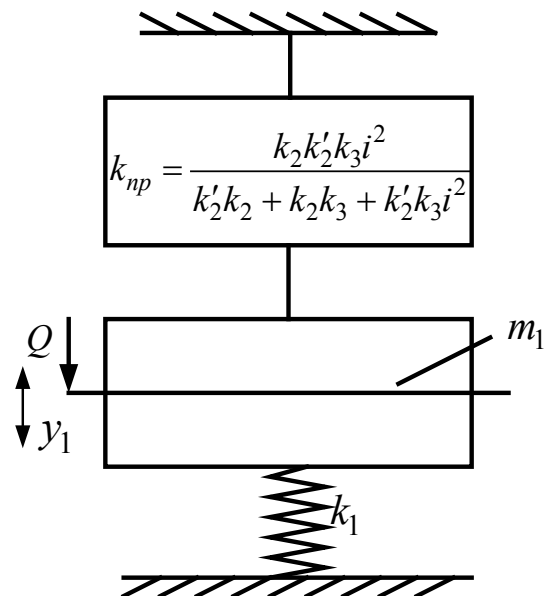


Рис. 4. Расчетная схема механической колебательной системы с упругим компактом (квазипружиной)

При $i = 1$ выражение (19) принимает вид последовательно соединенных упругих элементов. В свою очередь, при $i = 0$, что соответствует $l_2 = 0$, система принимает упрощенный вид, при котором $k_{np} = 0$. При этом взаимодействие через рычаг с остальными элементами не происходит. Если полагать, что $k'_2 = \infty$, то есть считать, что масса m_2 непосредственно связана с рычагом, то

$$k_{np} = \frac{k_2 k_3 i^2}{k_2 + k_3 i^2}, \quad (20)$$

что совпадает с ранее полученными результатами [1].

Режим динамических взаимодействий с рычажным механизмом

Принимая $l = 0$, можно преобразовать структурную схему на рисунке 2 к виду, как показано на рисунке 5. В этом случае взаимодействие между парциальными системами будет осуществляться через упругий компакт (квазипружину) с жесткостью:

$$W'(p) = \frac{k_2 k'_2 i}{k_2 + k'_2 i^2} \quad (21)$$

Используя структурную схему на рисунке 5, можно провести преобразование, которое придает рассматриваемой системе вид обычной цепной структуры, содержащей компакты из упругих элементов, соединенных рычажными связями. Структурная схема с преобразованными элементами приведена на рисунке 6.

Соответствующая расчетная схема на уровне использования отдельных звеньев с учетом их физической природы приведена на рисунке 7.

Особенностью системы на рисунке 7 является то, что рычажные связи оказались введенными в структуру компакта упругих элементов (или квазипружины), что ранее в научной литературе не рассматривалось в таком ракурсе. В теории цепей для учета рычажных связей применяются специальные приемы, которые не отражают общей приро-

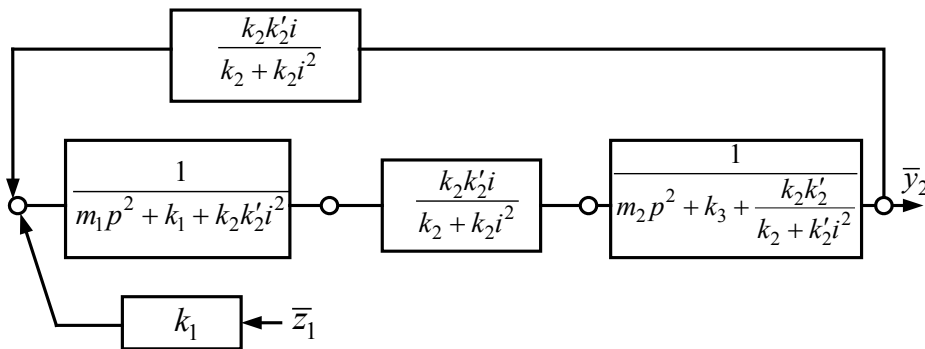


Рис. 5. Структурная схема системы с рычажными связями.

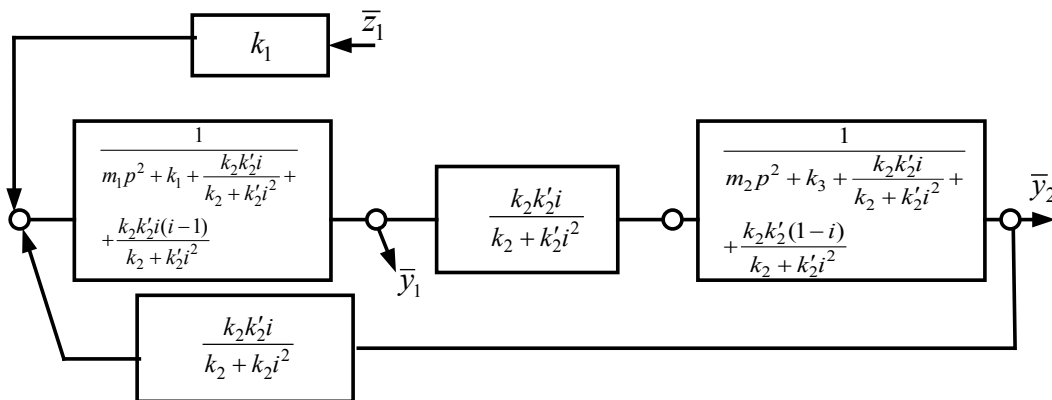


Рис. 6. Структурная схема системы, приведенной к цепному виду.

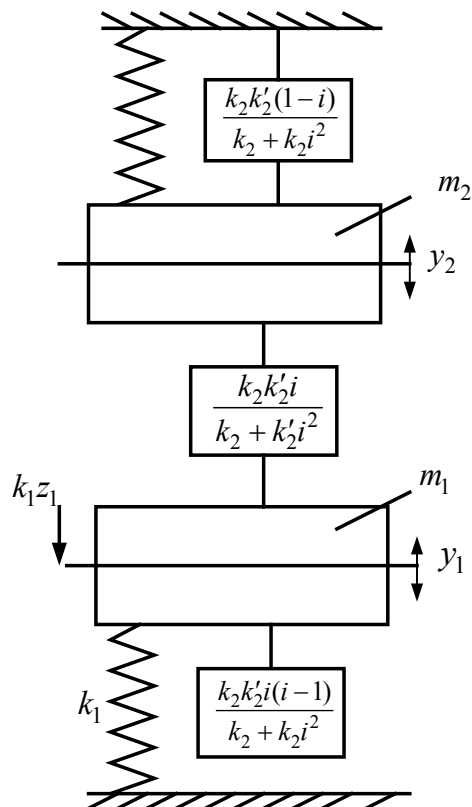


Рис. 7. Расчетная схема системы, приведенной к цепному виду и содержащей рычажные связи.

ды динамических связей [4]. Отметим также, что связь между парциальными системами, в физическом смысле, реализуется через рычажный механизм, который вращательное усилие превращает в силовые факторы взаимодействия между массами m_1 и m_2 в соответствии с теоретическими положениями механики [7]. Таким образом, система с рычажными связями может быть представлена цепной системой с упругими элементами, образующими некоторые компакты (квазипружины); связи между парциальными системами имеют упругий характер; при этом массоинерционные свойства рычага для статических расчетов полагаются малыми. Тип рычажного устройства имеет значение для построения передаточных функций системы, поскольку рычаги первого рода (как в рассматриваемом случае) имеют передаточное отношение со знаком минус. Это имеет значение для определения вида привносимой рычагами дополнительной обратной связи, которая может

быть отрицательной или положительной. Последнее имеет значение в связи с изменениями характеристического уравнения. В соответствии со структурной схемой на рисунке 6 можно отметить, что частоты парциальных систем и частоты собственных колебаний системы, а также и динамические свойства будут зависеть от типа рычажных связей, что, в частности, нашло отражение в работах [5,6]. Для проверки правильности подхода определим статическую жесткость системы на рисунке 7:

$$k_{np} = \frac{\left[\frac{k_3(k_2 + k_2'i^2) + k_2k_2'(1-i)}{k_2 + k_2'i^2} \right] \frac{k_2k_2'i}{k_2 + k_2'i^2}}{\frac{k_3(k_2 + k_2'i^2) + k_2k_2'(1-i)}{k_2 + k_2'i^2} + \frac{k_2k_2'i}{k_2 + k_2'i^2}} + \frac{k_2k_2'i}{k_2 + k_2'i^2} = \frac{k_2k_2'k_3i}{k_2k_2' + k_3k_2 + k_3k_2'i^2}, \quad (22)$$

что совпадает с выражением (19).

Учет динамических свойств системы с инерционным рычагом требует самостоятельного рассмотрения, но производится аналогичным образом. При использовании рычага первого рода скорости концов рычага имеют разные направления, поэтому, если принять $i < 0$, то в соответствии с уравнениями (5)÷(7) обратные связи в структурных схемах будут отрицательными. Это предполагает в характеристическом уравнении (по рисунку 6) знак «плюс» перед последним членом. При этом надо принять во внимание, что знак «минус» у передаточного отношения не изменяет параметры парциальных систем. То есть рычаг первого рода в данном случае обеспечивает при свертках системы отрицательную обратную связь. Если использовать рычаг второго рода, в котором $i < 0$, то обратная связь в системе будет положительной, что изменяет знак в характеристическом уравнении системы – он становится отрицательным (знак «минус»). Учет особенностей рычажных связей приводит к тому, что динамические свойства систем будут различными при различных типах рычажных связей.

Свойства систем со сложными рычажными связями

Рассмотрим механическую систему, содержащую более сложную систему рычажных связей, включающую зубчатое зацепление (рисунок 1б). Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий, полагая, что компоненты рычажных связей обладают моментами инерции I_1 и I_2 соответственно и имеют неподвижные точки вращения O_1 и O_2 (рисунок 1б):

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\varphi}_1^2, \\ \Pi &= \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_1' - y_1)^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k_2' (y_2' - y_2) + \frac{1}{2} k_3 (y_2 - z_2)^2, \end{aligned} \right\} (23)$$

где φ и φ_1 - угловые координаты поворота элементов зубчатого зацепления.

Введем ряд необходимых для дальнейших расчетов соотношений:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{y_1'}{l_1}; \varphi_1 = \frac{y_2'}{l_3}; l_2 \varphi = \varphi_1 l_2'; \\ \frac{y_1'}{l_1} &= \frac{y_2'}{l_3} \cdot \frac{l_2'}{l_2}; y_2' = \frac{y_1' l_3 l_2}{l_1 l_2'}, i = \frac{l_2}{l_1}; \\ i_1 &= \frac{l_3}{l_2'}; \varphi_1 = \varphi \frac{l_2}{l_2'}. \end{aligned} (24)$$

С учетом соотношений (24) выражения (22), (23) примут вид:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\varphi}^2 \left(\frac{l_2}{l_2'} \right), (25) \\ \Pi &= \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (\varphi l_1 - y_1)^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k_2' (\varphi l_1 i_1 - y_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_2 - z_2)^2. \end{aligned} (26)$$

Так как $l_2 = i l_1$, а $l_2' = l_3 / i_1$, то можно ввести следующее соотношение:

$$l_2 / l_2' = i i_1 * l_1 / l_3 = i_2. (27)$$

Система уравнений с учетом (25)-(27) примет вид:

$$m_1 \ddot{y}_1 + y_1 (k_1 + k_2) - k_2 \varphi l_1 = k_1 z_1, (28)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + y_2 (k_2' + k_3) - k_2' i_1 l_1 \varphi = k_3 z_2, (29)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} (I_1 + I_2 i_2^2) + \varphi [k_2 l_1^2 + k_2' (l_1 i_1)^2] - \\ - k_2 l_1 y_1 - k_2' l_1 i_1 y_2 = 0. \end{aligned} (30)$$

Пусть $I_1 = 0, I_2 = 0$, тогда

$$\varphi = a y_1 + b y_2, (31)$$

где

$$a = \frac{k_2 l_1}{k_2 l_1^2 + k_2' (l_1 i_1)^2}, (32)$$

$$b = \frac{k_2' l_1 i_1}{k_2 l_1^2 + k_2' (l_1 i_1)^2}. (33)$$

С учетом (31)-(33) система уравнений (28), (29) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{y}_1 + (k_1 + k_2) y_1 - \frac{k_2^2 l_1^2}{k_2 l_1^2 + k_2' (l_1 i_1)^2} - \\ - \frac{k_2 l_1 k_2' (l_1 i_1) y_2}{k_2 l_1^2 + k_2' (l_1 i_1)^2} = k_1 z_1, \end{aligned} (34)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + (k_2' + k_3) y_2 - \frac{(k_2')^2 (l_1 i_1)^2 y_2}{k_2 l_1^2 + k_2' (l_1 i_1)^2} -$$

$$- \frac{k_2 l_1 k_2' (l_1 i_1)}{k_2 l_1^2 + k_2' (l_1 i_1)^2} = k_3 z_2. (35)$$

В таблице 3 приведены коэффициенты уравнений (34), (35).

Таблица 3. Коэффициенты уравнений в координатах y_1 и y_2

a_{11}	a_{12}
$m_1 p^2 + k_1 + \frac{k_2 k_2' (l_1 i_1)^2}{k_2 l_1^2 + k_2' (l_1 i_1)^2}$	$-\frac{k_2 k_2' l_1 (l_1 i_1)}{k_2 l_1^2 + k_2' (l_1 i_1)^2}$
a_{21}	a_{22}
$-\frac{k_2 k_2' l_1 (l_1 i_1)}{k_2 l_1^2 + k_2' (l_1 i_1)^2}$	$m_2 p^2 + k_3 + \frac{k_2 k_2' l_1^2}{k_2 l_1^2 + k_2' (l_1 i_1)^2}$
Q_1	Q_2
$k_1 z_1$	$k_3 z_2$

Примечание: Q_1, Q_2 - обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам y_1 и y_2 .

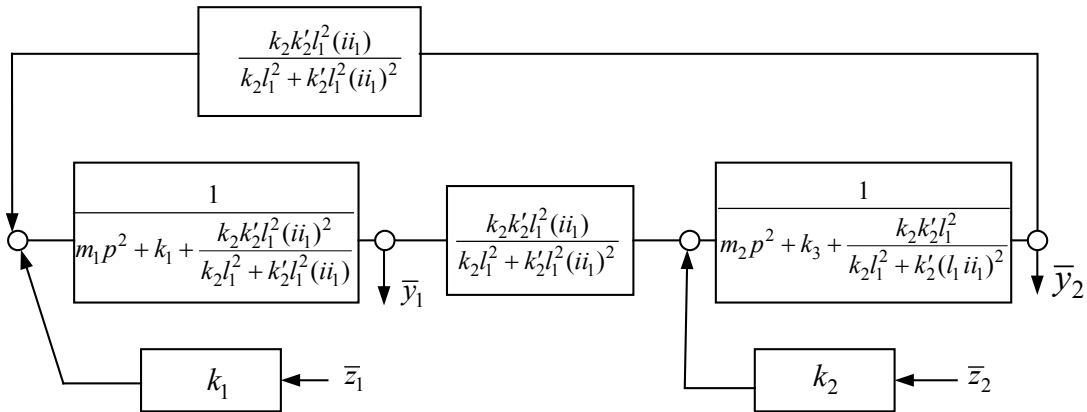


Рис. 8. Структурная схема системы по рисунку 1б.

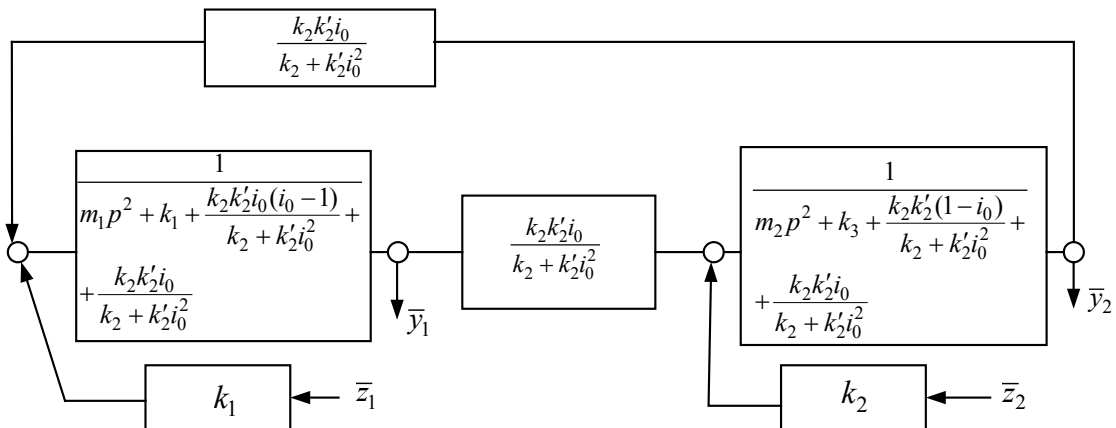


Рис. 9. Структурная схема системы по рисунку 1б, приведенная к цепному виду.

Структурная схема системы по рисунку 1б приведена на рисунке 8.

Из структурной схемы следует, что введение рычажных и упругих элементов формирует систему, в которой парциальные блоки имеют связь с передаточной функцией

$$W'(p) = \frac{k_2 k_2' (ii_1)}{k_2 + k_2' (ii_1)^2}. \quad (36)$$

В структурной схеме на рисунке 8 можно произвести ряд эквивалентных преобразований (рисунок 9), приняв, что

$$ii_1 = i_0. \quad (37)$$

Отметим, что приведенные преобразования для расчетной схемы на рисунке 1б аналогичны преобразованиям для схемы на рисунке 1а. Если не принимать во внимание знаки передаточного отношения, то для схемы на рисунке 9 представлена система, в которой введена между парциальными блоками

положительная обратная связь. В этом случае характеристическое уравнение будет иметь вид:

$$\left(m_1 p^2 + k_1 + \frac{k_2 k_2' i_0^2}{k_2 + k_2' i_0^2} \right) \cdot \left(m_2 p^2 + k_3 + \frac{k_2 k_2'}{k_2 + k_2' i_0^2} \right) - \frac{(k_2 k_2' i_0)^2}{(k_2 + k_2' i_0^2)^2} = 0. \quad (38)$$

Рассмотрим более подробно структуру $i_0 = ii_1$. Отметим, что $i = l_2/l_1$ - передаточное отношение рычага первого рода (рисунок 1б), для которого $i = -l_2/l_1$. В свою очередь, $i_1 = l_2/l_2'$ является передаточным отношением зубчатой передачи с наружным зацеплением, обеспечивающим вращение элементов передачи в противоположных направлениях; поэтому $i_1 = -l_2/l_2'$. Комбинация двух передаточных отношений будет, таким образом, всегда положительной. Вышеприведенное позволяет

сделать вывод о том, что соединение двух рычагов первого рода через наружное зубчатое зацепление превращает весь блок в рычаг второго рода, что само по себе является нетрадиционным представлением особенностей рычажных связей.

Заключение

Таким образом, рычажные связи в структурах механических систем, содержащих упругие и массоинерционные элементы создают пространственные (в данном случае – двумерном) взаимодействия. При анализе статического равновесия система может рассматриваться на уровнях выделения структурных образований из упругих элементов и рычагов, в свою очередь, соединенных между собой зубчатым механизмом. Такие структурные образования можно назвать компактными или квазипружинами, которые могут иметь достаточно сложные схемы и состоять из различных комбинаций рычагов и пружин. Главным является то, что квазипружина ведет себя в статических преобразованиях, например, при определении приведенной жесткости механической системы (жесткость в точке положения силы) также как обычная пружина в виде типового элементарного звена.

Рассматриваемые структурные представления позволяют предложить метод определения приведенных жесткостей на основе использования для этих целей передаточных функций. Путем простых преобразований вычисленные передаточные функции позволяют получить необходимые данные о приведенных жесткостях системы и учитывать, тем самым, конструктивно-технические особенности системы. Предложенный метод для решения задач динамики открывает возможность введения и учета рычажных связей в структурных интерпретациях механических колебательных систем, основанных на аналитическом аппарате теории цепей и теории автоматического управления.

Литература

1. *Елисеев С.В., Хоменко А.П., Упырь Р.Ю.* Рычажные связи в задачах вибрационного воздействия на машины и оборудование // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – Иркутск: ИрГУПС, 2009, №3 (23). – С. 104-119.

2. *Елисеев С.В., Хоменко А.П., Упырь Р.Ю.* Мехатроника виброзащитных систем с рычажными связями // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование, 2009, № 3(23). – С. 104-119.

3. *Елисеев С.В., Белокобыльский С.В., Упырь Р.Ю., Гозбенко В.Е.* Рычажные связи в задачах динамики механических колебательных систем. Теоретические аспекты // Рус. Деп. в ВИНТИ 27.11.09 №737-В 2009 – Иркутск: Иркутский гос. ун-т путей сообщения, 2009. – 159 с.

4. *Дружинский И.А.* Механические цепи – М.: Машиностроение, 1977. – 234 с.

5. *Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П., Засядко А.А.* Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов - Иркутск: Изд-во ИрГУПС, 2008. – 523 с.

6. *Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П.* Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем – Новосибирск: Наука, 2010. – 394 с.

7. *Елисеев С. В., Ермошенко Ю. В., Большаков Р.С.* Межкоординатные связи в теории виброзащиты // techomag.edu.ru: Наука и образование: электронное научно-техническое издание, №4, 2011. <http://technomag.edu.ru/doc/177357.html> (дата обращения: 10.04.2011).

References

1. *Eliseev S.V., Khomenko A.P., Upir R.Y.* Lever communication problems vibratory effects on machinery and equipment // Modern technologies. Systems analysis. Modeling. – Irkutsk: IrGUPS, 2009, № 3 (23). – P. 104-119.

2. *Eliseev S.V., Khomenko A.P., Upir R.Y.* Mechatronics vibroprotection systems with lever connections // Modern technologies. Systems analysis. Modelling, 2009, № 3 (23). – P. 104-119.

3. *Eliseev S.V., Belokobylsky S.V., Upir R.Y., Gozbenko V.E.* Communication linkages in the dynamics of the mechanical vibration systems. Theoretical Aspects // Dep. in VINITI 27.11.09 № 737 in 2009 – Irkutsk: Irkutsk State University of ways communication, 2009. – 159 p.

4. *Druzhinsky I.A.* Mechanical chain – M: Mashinostroenie, 1977. – 234 p.

5. *Eliseev S.V., Resnick Y.N., Khomenko A.P., Zasyadko A.A.* Dynamic synthesis of generalized

problems in vibration protection and vibration control engineering objects – Irkutsk: Publishing House IrGUPS, 2008. – 523 p.

6. *Eliseev S.V., Resnick Y.N., Khomenko A.P.* Mechatronic approach in the dynamics of mechanical vibrating systems. – Novosibirsk: Nauka, 2010. – 394 p.

7. *Eliseev S.V., Ermoshenko Y.V., Bolshakov R.S.* Coordinate communication between the theory of vibration protection // techomag.edu.ru: Education & Science: e-science and technology edition, 2011, № 4. <http://technomag.edu.ru/doc/177357.html>.

Статья поступила в редакцию 5 ноября 2012 г.

New approaches in formation of mathematical models of mechanical oscillation systems are considered. It is shown that general mathematical model in form of structural scheme of the equivalent in dynamical ratio of automatically control system. Models transformation permits to open for analysis dynamical interactions features between partial systems and type elemental part. Transformation structural schemes algorithms are offered which allow to secure calculation of lever ties which has rotation center in plane motion. And is shown that protection object is separated in oscillation system, remaining part of system can be curtailed in some structural “compact” which has features of generalized spring or dynamical elasticity.

Keywords: lever ties in dynamical systems, structural interpretations of mechanical systems, generalized tasks of vibroprotection and vibroisolation

Елисеев Сергей Викторович – доктор технических наук, профессор, директор НИИ «Современных технологий, системного анализа и моделирования» ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный университет путей сообщения»

Артюнин Анатолий Иванович – доктор технических наук, профессор, первый проректор Иркутского государственного университета путей сообщения

Большаков Роман Сергеевич – аспирант ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный университет путей сообщения»